

ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ИККИ ЎЛЧОВЛИ ТЕРМОЭЛАСТИК МАСАЛАНИ СОНЛИ ЕЧИШ

Нурқулов Жалолиддин Алишер ўғли

Гулистон давлат университети талабаси

АННОТАЦИЯ

Мақолада изотроп жисмлар учун икки ўлчовли термоэластик масалани сонли ечиш, масаланинг математик модели, унинг дастурий таъминоти асосида олинган натижалари келтирилган.

Калит сўзлар: Композицион, конструкция, термоэластик, иссиқлик ўтказувчанлик, деформация, математик модел, динамик, тензор, квадрат пластина.

АННОТАЦИЯ

В статье представлены численное решение двумерной задачи термоупругости для изотропных тел, математическая модель задачи и результаты, полученные на ее основе..

Ключевые слова: Композицион, конструкция, термоупругость, теплопроводность, деформация, математическая модель, динамика, тензор, квадратная пластина.

ABSTRACT

The article presents the numerical solution of the two-dimensional thermoelastic problem for isotropic bodies, the mathematical model of the problem, and the results obtained on the basis of its software.

Keywords: Composition, construction, thermoelastic, thermal conductivity, deformation, mathematical model, dynamic, tensor, square plate.

Термоэластиклик назариясида қаттиқ жисм мувозанати термодинамик система сифатида қаралади. Жисм классик эластиклик назариясидаги каби идеал эластик деб қаралади.

Термодинамик система чекли сондаги бир-бирига боғлиқ бўлмаган ўзгарувчилар билан ҳарактерланади, улар термодинамик параметрлар дейилади. Термодинамик системанинг параметрларидан бири температура ҳисобланади. Жисмдан температураси ташқи муҳит билан иссиқлик алмашиниш ёки деформацияланиш жараёнида ўзгариши мумкин.

Термоэластик масалалар қўйилишига қараб боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган чегаравий масалаларга ажралади. Умумий ҳолда боғлиқ масалада қаттиқ жисмнинг ҳаракат тенгламалари иссиқлик ўтказувчанлик тенгламалари билан биргаликда қаралади. Термоэластик боғлиқ масалада температура ва унинг ҳосиласи ҳаракат тенгламасида қатнашади, деформация эса иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасида қатнашади, шундай экан температура деформацияларга ўз таъсирини ўтказади, деформациялар эса температура ўзгаришига ўз таъсирини ўтказади.

Деформация ва температура орасидаги боғланиш термодинамика ёрдамида ўрнатилади.

Қуйида изотроп жисмлар учун термоэластик динамик боғлиқ масаланинг математик модели ва бу моделни сонли ечиш қаралади. Изотроп жисмлар учун боғлиқ динамик масаласи икки ўлчовли ҳолда ҳаракат тенгламалари қуйидагича:

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial x} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial y} = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

Изотроп жисмлар учун иссиқлик тарқалиши тенгламаси

$$\lambda_0\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - c_\varepsilon\frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y\partial t}\right) = 0 \quad (3)$$

бу тенглама учун бошланғич шартлар қуйидагича

$$u(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_1, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi_1, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_2, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = \psi_2, \quad T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

ва чегаравий шартлар қуйидагича

$$\begin{aligned} u(x, y, t)|_{x=0} &= u_0; \quad u(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{u}_0; \quad u(x, y, t)|_{y=0} = u'_0; \quad u(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{u}'_0 \\ v(x, y, t)|_{x=0} &= v_0; \quad v(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{v}_0; \quad v(x, y, t)|_{y=0} = v'_0; \quad v(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{v}'_0 \\ T(x, y, t)|_{x=0} &= T_1(t); \quad T(x, y, t)|_{x=\ell_1} = T_2(t); \quad T(x, y, t)|_{y=0} = T'_1(t); \quad T(x, y, t)|_{y=\ell_2} = T'_2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Бу ерда λ, μ – Ламе коэффициентлари, λ_0 – иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари, α_T – иссиқлик кенгайиш коэффициентлари, c_ε – ўзгармас температурадаги иссиқлик сиғими, ρ – зичлиги. $t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq l_1, \quad 0 \leq y \leq l_2$ да 3та: $x = ih_1, (i = \overline{0, n}), y = jh_2 (j = \overline{0, n}), t = k\tau \quad (k = \overline{0, 1, 2, \dots})$ тўғри чизиқлар оиласини қуриб (1)–(3) тенгламаларни турли муносабатларда уларнинг ҳосилаларига алмаштирамиз.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} \\ - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j}^{k+1} - 2u_{i,j}^k + u_{i,j}^{k-1}}{\tau^2} \end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} \\ - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j}^{k+1} - 2v_{i,j}^k + v_{i,j}^{k-1}}{\tau^2} \end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned} \lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - C_\varepsilon \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k}{\tau} - \\ (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0 \left(\frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Юқоридаги (6)–(8) тенгламалардан мос равишда $u_{i,j}^{k+1}, v_{i,j}^{k+1}, T_{i,j}^{k+1}$ ларни топамиз.

$$u_{i,j}^{k+1} = \frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \right. \\ \left. + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} \right) + 2u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1} \quad (9)$$

$$T_{i,j}^{k+1} = \frac{\tau}{C_\varepsilon} \left(\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - \right. \\ \left. - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0 \left(\frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) \right) + T_{i,j}^k \quad (10)$$

$$v_{i,j}^{k+1} = \frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \right. \\ \left. + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} \right) + 2v_{i,j}^k - v_{i,j}^{k-1} \quad (11)$$

(9)-(11) тенгламалар t^{k+1} қатламда $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$, $T(x, y, t)$ функцияларнинг қийматларини топишга имкон беради, агарда олдинги 2 та қатламнинг қиймати маълум бўлса, $u(x, y, t)$ ва $v(x, y, t)$ функцияларнинг 2 та бошланғич қатламлардаги қийматини ($k=0$ ва $k=1$) бошланғич шартлардан топамиз, $T(x, y, t)$ функциянинг қийматини эса 1-қатламда (11) муносабатдаги аралаш ҳосилани бошқа муносабатга алмаштириш орқали топамиз.

$$u_{i,j}^1 = \left(\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^0 - v_{i-1,j+1}^0 - v_{i+1,j-1}^0 + v_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} \right. \right. \\ \left. \left. - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i+1,j}^0 - T_{i-1,j}^0}{2h_1} \right) + 2u_{i,j}^0 + 2\tau\psi_1 \right) / 2 \quad (12)$$

$$v_{i,j}^1 = \left(\frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{v_{i+1,j}^0 - 2v_{i,j}^0 + v_{i-1,j}^0}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^0 - 2v_{i,j}^0 + v_{i-1,j}^0}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^0 - u_{i-1,j+1}^0 - u_{i+1,j-1}^0 + u_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} \right. \right. \\ \left. \left. - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T \frac{T_{i,j+1}^0 - T_{i,j-1}^0}{2h_2} \right) + 2v_{i,j}^0 + 2\tau\psi_2 \right) / 2$$

(13)

$$T_{i,j}^1 = \frac{\tau}{C_\varepsilon} \left(\lambda_0 \left(\frac{T_{i+1,j}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i,j-1}^0}{h_2^2} \right) - \right. \\ \left. - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0 \left(\frac{u_{i+1,j}^1 - u_{i-1,j}^1 - u_{i+1,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{2h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^1 - v_{i,j-1}^1 - v_{i,j+1}^0 + v_{i,j-1}^0}{2h_2\tau} \right) \right) + T_{i,j}^0 \quad (14)$$

Бу масала қуйидаги константалар $\lambda = 0.8$, $\mu = 0.5$, $\lambda_0 = 0.61$,
 $\rho = 0.9$, $\alpha_T = 0.05$, $C_\varepsilon = 3.5$, $T_0 = 10$, $l_1 = 1$, $l_2 = 1$, $h_1 = 0.1$, $h_2 = 0.1$, $\tau = 0.01$

бошланғич шартлар

$$u(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = 0,$$

$$T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 + T_0 \sin(\pi x_i) \cos(\pi y_j)$$

ва чегаравий шартларда

$$u(x, y, t)|_{x=0} = 0; \quad u(x, y, t)|_{x=\ell_1} = 0; \quad u(x, y, t)|_{y=0} = 0; \quad u(x, y, t)|_{y=\ell_2} = 0$$

$$v(x, y, t)|_{x=0} = 0; \quad v(x, y, t)|_{x=\ell_1} = 0; \quad v(x, y, t)|_{y=0} = 0; \quad v(x, y, t)|_{y=\ell_2} = 0$$

$$T(x, y, t)|_{x=0} = T_0; \quad T(x, y, t)|_{x=\ell_1} = T_0; \quad T(x, y, t)|_{y=0} = T_0; \quad T(x, y, t)|_{y=\ell_2} = T_0$$

сонли ечилган ва қуйидаги натижалар олинган.

ТАДҚИҚОТ НАТИЖАЛАРИ

$u(x, y, t)$ функциянинг $k=10$ қатламдаги қийматлари қуйидагича

y x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.000	0.007	0.012	0.016	0.019	0.020	0.019	0.016	0.012	0.007	0.000
0.2	0.000	0.007	0.012	0.016	0.019	0.020	0.019	0.016	0.012	0.007	0.000
0.3	0.000	0.005	0.009	0.012	0.014	0.015	0.014	0.012	0.009	0.005	0.000
0.4	0.000	0.003	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.006	0.005	0.003	0.000
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.000	0.003	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.006	0.005	0.003	0.000
0.7	0.000	0.005	0.009	0.012	0.014	0.015	0.014	0.012	0.009	0.005	0.000
0.8	0.000	0.007	0.012	0.016	0.019	0.020	0.019	0.016	0.012	0.007	0.000
0.9	0.000	0.007	0.012	0.016	0.019	0.020	0.019	0.016	0.012	0.007	0.000
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

$v(x, y, t)$ функциянинг $k=10$ қатламдаги қийматлари қуйидагича

y x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.000	0.007	0.007	0.005	0.003	0.000	0.003	0.005	0.007	0.007	0.000
0.2	0.000	0.012	0.012	0.009	0.005	0.000	0.005	0.009	0.012	0.012	0.000
0.3	0.000	0.016	0.016	0.012	0.006	0.000	0.006	0.012	0.016	0.016	0.000
0.4	0.000	0.019	0.019	0.014	0.007	0.000	0.007	0.014	0.019	0.019	0.000
0.5	0.000	0.020	0.020	0.015	0.008	0.000	0.008	0.015	0.020	0.020	0.000
0.6	0.000	0.019	0.019	0.014	0.007	0.000	0.007	0.014	0.019	0.019	0.000
0.7	0.000	0.016	0.016	0.012	0.006	0.000	0.006	0.012	0.016	0.016	0.000
0.8	0.000	0.012	0.012	0.009	0.005	0.000	0.005	0.009	0.012	0.012	0.000
0.9	0.000	0.007	0.007	0.005	0.003	0.000	0.003	0.005	0.007	0.007	0.000
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

T(x,y,t) функциянинг k=8 қатламдаги қийматлари қуйидагича

y x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
0.1	10	10.66 6	11.278	11.762	12.073	12.180	12.073	11.762	11.278	10.666	10
0.2	10	11.27 8	12.448	13.379	13.975	14.180	13.975	13.379	12.448	11.278	10
0.3	10	11.76 2	13.379	14.665	15.489	15.772	15.489	14.665	13.379	11.762	10
0.4	10	12.07 3	13.975	15.489	16.459	16.793	16.459	15.489	13.975	12.073	10
0.5	10	12.18 0	14.180	15.772	16.793	17.144	16.793	15.772	14.180	12.180	10
0.5	10	12.07 3	13.975	15.489	16.459	16.793	16.459	15.489	13.975	12.073	10

0.6	10	11.76 2	13.379	14.665	15.489	15.772	15.489	14.665	13.379	11.762	10
0.7	10	11.27 8	12.448	13.379	13.975	14.180	13.975	13.379	12.448	11.278	10
0.8	10	10.66 6	11.278	11.762	12.073	12.180	12.073	11.762	11.278	10.666	10
1	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

ХУЛОСА

Хулоса қилиб айтганда амалиётда учрайдиган кўплаб масалаларни математик моделлари термозластик ёки термопластик боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган масалаларни ўрганишга келтирилади, келгуси мақолаларимни трансверсал изотроп жисмлар учун икки ўлчовли термозластик боғлиқ масалаларга қўшимча ташқи таъсирлар орқали унинг ҳолатини ўзгаришини, уларни сонли ечиш усуллариини ўрганиш ва бу масалаларнинг дастурий таъминотини яратиш билан давом эттираман.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ (REFERENCES)

1. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности.-М.: МГУ, 1996. – 343 с.
2. Халджигитов А.А., Каландаров А.А., Абдураимов Д.Э. Численное решение динамической краевой задачи теории упругости для ортотропных тел // Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истикболлари халқаро конференцияси материаллари 2020 йил 14-15 май, 548-551 бетлар.

3. Абдураимов, Достонбек Эгамназар Ўғли, Малика Норкуловна Норматова, and Рената Фидановна Монасипова. "ЛИБМАН ТИПИДАГИ ИТЕРАЦИН УСУЛНИ ЭЛАСТИКЛИК НАЗАРИЯСИ МАСАЛАСИГА ҚЎЛЛАШНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ." *Science and Education* 2.1 (2021): 15-20.
4. Абдураимов Д. Э. Ў., Адилов А. Н., Турдиев А. П. Ў. АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЎЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ //Scientific progress. – 2021. – Т. 1. – №. 5. – С. 449-453.
5. Нуркулов Ж. А. Ў. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ПРОТОКОЛАМ В КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. А3. – С. 158-163.
6. Культин Н.Б. С++Builder в задачах и примерах.-СПб.: БХВ-Петербург, 2005.- 336 с.