

КОМБИНАТОРИКАДА МАТЕМАТИК ИНДУКЦИЯ УСУЛЛАРИ

Жалолиддин Алишер ўғли Нуркулов

Гулистон давлат университети, Ахборот технологиялари факультети,
Амалий математика ва информатика йўналиши, 3-босқич талабаси

Аннотация: Мақолада комбинаторикада математик индукция усуллари фойдаланиш масалалари кўриб чиқилган. Бундан ташқари математик индукция методи ёрдамида исботланиши мумкин бўлган баъзи бир комбинаторик масалалар ҳақида ҳам тушунчалар берилган.

Таянч сўзлар: қисм тўплам, билим, кўникма, комбинаторика, ўринлаштириш, элементлар, алмаштириш, группалаш, формула, индукция, метод, исбот.

Аннотация: В статье рассматривается использование методов математической индукции в комбинаторике, а также приводятся некоторые комбинаторные задачи, которые можно доказать с помощью метода математической индукции.

Ключевые слова: сбор частей, знания, умения, комбинаторика, обобщение, элементы, подстановка, группировка, формула, индукция, метод, доказательство.

Summary: The article examines the use of mathematical induction methods in combinatorics. In addition, some combinatorial problems that can be proved using the mathematical induction method are also provided.

Key words: part collection, knowledge, skills, combinatorics, generalization, elements, substitution, grouping, formula, induction, method, proof.

Амалда кўпинча бирор объектлар тўпламидан у ёки бу хоссага эга бўлган элементлар қисм тўпламини танлаб олишга, битта ёки бир неча тўпламларнинг элементларини бирор тартиб билан жойлаштиришга ва шунга ўхшаш масалаларни ўрганишга тўғри келади.

Бундай масалаларда объектларнинг у ёки бу комбинациялари ҳақида сўз боргани учун уларни комбинаторик масалалар, математиканинг комбинаторик масалаларини ўрганадиган бўлими комбинаторика дейилади.

Биз юқоридаги саволларга жавоб берувчи ва математик индукция методи ёрдамида исботланиши мумкин бўлган баъзи бир комбинаторик масалаларни келтирамиз.

Ўринлаштиришлар таърифи: n элементдан m тадан ($n \geq m$) ўринлаштиришлар деб, шундай бирлашмаларга айтиладики, уларнинг ҳар бирида m тадан элемент бўлади; битта бирлашма иккинчисидан элементларининг таркиби ёки тартиби билан фарқ қилади.

n та элементдан m тадан ўринлаштиришлар сони A_n^m каби белгиланади.

Мисол. Ўринлаштиришлар сони учун

$$A_n^m = n(n-1)\dots(n-m+1) \quad (7.1)$$

формула ўринли, бунда $m = \overline{1, n}$.

Исботи. I. $m = 1$ да $A_n^1 = n$ бўлиб, (1) ўринли.

II. Фараз қилайлик $m = k$ ($k < n$) да $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1)$ бўлсин, фараздан фойдаланиб (1) формула $m = k+1$ учун ҳам ўринли бўлишини кўрсатамиз. n элементдан $k+1$ тадан тузилган барча ўринлаштиришларни ҳосил қилиш учун n та элементдан k тадан тузилган барча ўринлаштиришларни олиб, уларнинг ҳар бирининг охирига қолган $(n-k)$ та элементни, навбат билан ёзиш етарлидир. Шундай қилиб, n та элементдан $k+1$ тадан тузилган ўринлаштиришлар ҳар хил бўлиши ва n элементдан $k+1$ тадан тузилган ҳар қандай ўринлаштиришлар тузилган ўринлаштиришлар орасида борлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Демак,

$$A_n^{k+1} = A_n^k \cdot (n-k) = n(n-1)\dots(n-k+1)(n-k).$$

Ўрин алмаштиришининг таърифи. n элементдан тузилган ўриналмаштиришлар деб шундай бирлашмаларга айтиладики, уларнинг ҳар бирига берилган n та элемент киради, ўрин алмаштиришлар бир-биридан элементларнинг тартиби билан фарқ қилади.

Ўрин алмаштиришлар сони P_n каби белгиланади.

Мисол. n та элементдан тузилган ўрин алмаштиришлар сони учун ушбу формула ўринли:

$$P_n = n!. \quad (2)$$

Исботи. I. $n = 1$ учун $P_1 = 1$ бўлиб (2) формула ўринли.

II. $n = k$ учун (2) формула ўринли бўлсин, яъни $P_k = k!$.

Индуктив фараздан фойдаланиб (2) формула $n = k + 1$ учун ўринли бўлишини кўрсатамиз.

Берилган k та $a_1, a_2, \dots, a_k$ элементлардан мумкин бўлган барча ўрин алмаштиришларни тузамиз. Фаразга кўра уларнинг сони $k!$ та. Улардан биттасини олиб a_{k+1} элементни бу ўрин алмаштиришдаги 1-ҳад, 2-ҳад, ..., k – ҳад олдига ва k – ҳаддан кейин навбат билан ёзиб чиқамиз. Шундай қилиб, k та элементдан тузилган битта ўрин алмаштириш ва a_{k+1} элемент ёрдамида $k + 1$ та элементдан тузилган $k + 1$ та ўрин алмаштириш ҳосил қиламиз. $k!$ дона ўрин алмаштиришларнинг ҳар бири билан бу ишни такрорлаб, $k + 1$ та элементдан жами $k!(k + 1) = (k + 1)!$ дона ўрин алмаштириш ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, тузилган ўрин алмаштиришларнинг ҳаммаси ҳар хил бўлиб, $k + 1$ та элементдан тузилиши мумкин бўлган барча ўрин алмаштиришлардан олинган ва юқоридагиларни эътиборга олиб $P_{k+1} = (k + 1)!$ экани келиб чиқади.

Группалашлар таърифи. Элементларнинг тартиби аҳамиятсиз бўлган бирлашмалар группалашлар дейилади. Группалашларнинг бири иккинчисидан камида битта элементи билан фарқ қилади.

n элементдан m тадан тузилган бирлашмалар сони C_n^m каби белгиланади.

Мисол. n элементдан m тадан тузилган группалашлар сони учун қуйидаги формула ўринли:

$$C_n^m = \frac{n(n-1) \dots (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m}. \quad (3)$$

Исботи. I. $m=1$ да $C_n^1 = n$, яъни (3) формула ўринли.

II. Фараз қилайлик $m=k$ да $C_n^k = \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k}$ бўлсин,

$m=k+1$ ($k+1 \leq n$) учун (3) формула ўринли бўлишини исботлаймиз.

n та элементдан $k+1$ тадан тузилган барча группалашларни ҳосил қилиш учун n та элементдан k тадан тузилган барча группалашларни олиб, уларнинг ҳар бирига $k+1$ та элемент сифатида қолган $n-k$ та элементларнинг ҳар бирини алоҳида-алоҳида бирлаштирамиз. Равшанки, шу йўл билан n элементдан $k+1$ тадан тузилган барча группалашлар олинади, аммо уларнинг ҳар бири $k+1$ та ҳосил қилинади. Ҳақиқатан ҳам, $a_1 a_2 \dots a_k a_{k+1}$ комбинация $a_2 a_3 \dots a_k a_{k+1}$ га a_1 ни, $a_1 a_3 \dots a_k a_{k+1}$ га a_2 ни ва ҳаказо, $a_1 a_2 \dots a_k$ га a_{k+1} ни бирлаштиришдан ҳосил қилинади. Элементлар билан фарқ қилиши учун уларнинг бири олинishi керак. Шундай қилиб,

$$C_n^{k+1} = C_n^k \cdot \frac{n-k}{k+1} = \frac{n(n-1) \dots (n-k)}{1 \cdot 2 \dots (k+1)}.$$

Охирги формуладан (3) нинг $0 \leq m \leq n$ учун ўринли экани келиб чиқади.

Фойдаланилган адабиётлар

1. Ш.М.Мирзиёев. Эркин ва фаровон, демократик ўзбекистон давлатини биргаликда барпо этамиз.— Тошкент : Ўзбекистон, 2016. - 56 б.
2. Ш.М.Мирзиёев. Ўзбекистон Республикаси Конституцияси қабул қилинганлигининг 24 йиллигига бағишланган тантанали маросимидаги маърузаси. 7 декабр 2016 й.

3. Вавилов В.В., Мельников И.И., С.Н.Олехник, П.И.Пасиченко Задачи по математике. Алгебра: Справочное пособие.— М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987
4. Т.В.Кропотова, В. Г.Подольский, П. Е.Кашаргин. Введение в высшую математику. Учебно-методическое пособие. Казань — 2014.
5. Нуркулов, Ж. А. Ё. (2022). МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ПРОТОКОЛАМ В КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ. Science and innovation, 1(A3), 158-163.
6. Абдураимов, Достонбек Эгамназар Ёғли, Абдураим Намазович Адиллов, and Алишер Пардабо Ёғли Турдиев. "АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЁЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ." Scientific progress 1.5 (2021): 449-453.
7. Абдураимов Д. Э. Ё., Абдурахманов О. Н. ОБЪЕКТ АЛОМАТ ВАЗНЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ ОРҚАЛИ РЕЙТИНГИНИ АНИҚЛАШ МОДЕЛИ //Science and Education. – 2021. – Т. 2. – №. 1. – С. 21-25.
8. Таштемиров Д.Е., Абдураимов Д.Е., Джумабаева Я.Э. «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ ТЕСТИРОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ». Вестник Гулистанского государственного университета 2018.4 (2018): 39-46.
9. Кулмаматов, С. И., Абдураимов, Д. Э., Норматова, М. Н., & Монасипова, Р. Ф. (2021). УГРОЗЫ В ИНТЕРНЕТЕ И СПОСОБЫ ИХ УСТРАНЕНИЯ. Экономика и социум, (7), 351-356.