TO‘R TENGLAMALARINI YECHISH METODLARI

Toshboyev Abdulakim Kamol O‘g‘li
Termiz Davlat Universiteti magistratura bo‘limi Amaliy matematika va Axborot texnalogiyalari Mutaxassisligi 2–kurs magistranti

Tursunov Javohirbek Abdurasulovich
Termiz Davlat Universiteti magistratura bo‘limi Amaliy matematika va Axborot texnalogiyalari Mutaxassisligi 2–kurs magistranti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada Puasson tenglamasi uchun Dirixle masalasini yechishga mo‘ljallangan to‘g‘ridan-to‘g‘ti va itersiya (ketna-ket yaqinlashishlar) metodlari bayon qilinadi.

Kalit so‘zlar: To‘r, Elliptik tenglamalar, Approksimatsiya, differensial tenglamalar, xos qiymat, algebraik tenglamalar sistemasi, Puasson tenglamasi, xos vektor.

ABSTRACT

This article describes the direct and iterative (successive approximations) methods for solving the Dirichlet problem for the Poisson equation.

Key words: Grid, Elliptic equations, Approximation, differential equations, eigenvalue, system of algebraic equations, Poisson's equation, eigenvector.

To‘g‘ri metodlar

Elliptik tenglamalar chegaraviy masalalarni ayirmali approksimasiyalashga chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi xosil bo‘ladi. Ushbu sistemaning A matrisasi yuqori tartibli bo‘lib, uning tartibi to‘rning tugunlari soni N ga teng bo‘ladi. Masalan, xar bir x_1, x_2, …. , x_p (h_1= h_2= …. =h_p=h) o‘zgaruvchilar bo‘yicha h qadamga ega bo‘lgan to‘r uchun to‘rning umumiy tugunlari soni N=0($\frac{1}{Rp}$) ga teng bo‘ladi, buyerda p – o‘lchamlar soni. Ikki va uch o‘lchamli masalalar uchun tenglamalar soni juda ko‘p bo‘ladi, N ≈10^4-10^6 (masalan, h=$\frac{1}{100}$ bo‘lgan holda). Bundan tashqari, sistema matrissasi ko‘pgina nol elementlarga ega, maxsus (lenta simon) strukturaga ega bo‘lgan tarqoq matrissadan iborat bo‘ladi va nihoyat, Sistema matrissasi yomon tartiblangan bo‘ladi, ya’ni, matrissaning eng katta xos qiymatining eng kichik xos qiymatiga nisbati juda ham katta ~10^3 - 10^4 bo‘ladi va u O(h^{-2}) tartibli miqdorni tashkil etadi.

Ushbu maxsusliklar sababli, eleptik to‘r tenglamalarining sonli yechishga mo‘ljallangan maxsus samarali algoritmlarni ishlab chiqish talab qilinadi.

Bunday sistemalarni to‘g‘ridan – to‘g‘ri yechishga mo‘ljallangan metodlardan, odatda o‘ta tor doiradagi, amma, juda muxim to‘r tenglamalari sinfini yechishda foydalanish mumkin. Bundan tashqari to‘g‘ri metodlardan, iterassiya metodlari yuqori qatlamidan operatorning teskarisini topishda foydalanish mumkin, u mos ravishda tanlab olinadi.

Hozirgi kunda Puasson tenglamasi uchun ayirmali chegaraviy masalalarni dekart, qutib, silindirik va sferik kordinatolar sistemasida yechishga mo‘ljallangan ikkita to‘g‘ri metodlar mavjud. Ulardan biri – dekompazisiya metodi yoki toq – juft yo‘qotish usuli faktorizasiyaga asoslangan bo‘lib, Gauss yo‘qotish usuling modifikatsiyasidan iborat.

O‘zgaruvchilarni ajratishga asoslangan to‘g‘ri metodlardan yana biri Fur’ening tez almashtirish algoritmiga asoslangan metoddan iborat.

Har ikkala metodlar uchun ikki o‘lchovli masala yechimini topish mo‘ljallangan arifmetik amallar soni Q quydagicha aniqlanadi.

$$Q = O\ (N^2 \log_2 N)$$

Bu yerda N – bitta yo‘nalish bo‘yicha tugunlar soni.

Yuqorida ta’kidlangan, ikkita metodlardan tashqari yana bitta to‘g‘ri metod mavjud: bu matrissali progonka metodidir. Ushbu metod ayirmali elliptik tenglamalarni murakkab formadagi sohalar uchun yechishda yaroqli bo‘lib hisoblanadi. Ammo, matrissali progonka metodi ayirmali eliptik tenglamalarni yechishda $O(N^4)$ arifmetik amal talab etadi va oraliq natijalarni saqlash uchun juda katta hajmdagi kompyuter xotirasini talab qiladi. Ayni paytda elliptik ayirmali tenglamalarni turli o‘ng tomondagi ifodalar va turli chegaraviy shartlar bilan yechishning seriyali hisoblashlarini olib borishda progonkali matrisalarni saxlab qo‘yish xamda xar safar ushbu matrisalardan foydalanish orqali arifmetik amallar sonini ikkinchi va undan keying seriyada olib boriladigan xisoblashlar uchun $O(N^3)$ gacha kamaytirishi mumkin.

Ketma – ket yaqinlashishlarga asoslangan itersiya metodi ixtiyoriy murakkablikdagi soxalarda yanada umumiyroq xolatlarda qo‘llanilishi mumkin.

To‘g‘ri (bevosita) yechish metodlarini chegaraga ega bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakli soxada

$\bar{G} = \{0 \le x_\alpha \le l_\alpha, \quad \alpha = 1,2\}$

Puasson tenglamasi uchun Direxle masalasini yechishga nisbatan qarab chiqamiz:

$$\Delta u = \Delta u = \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} = -f(x), \quad x = (x_1,x_2) \in G, \ u|_\Gamma = \mu(x). \qquad (1)$$

$G = \bar{G} + \Gamma$ soxada h_1 va h_2 qadamlar bilan to‘g‘ri to‘rtburchakli to‘r kiritamiz:

$$\omega_h = \{x_{i_1 i_2} = (i_1 h_1, i_2 h_2) \in \bar{G}, i_\alpha = 0,1,2,\ldots,N_\alpha, h_\alpha N_\alpha = l_\alpha, \alpha = 1,2\}$$

To‘r soxasi chegarasini γ_h orqali belgilaymiz:

$$\gamma_h = \{x_{i_1 i_2} \in \Gamma\}.$$

Puasson tenglamasi uchun Dirixle masalasi (1) ga mos ayirmali Dirixle masalasini qo‘yamiz.

$$\Lambda y = -f(x), x \in \omega_h, y|\gamma_h = \mu(x) \qquad (2)$$

bu yerda $\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2$, $\Lambda_\alpha y = y_{x_\alpha x_\alpha}, \alpha = 1,2, \quad y_{i_1 i_2} = y(i_1 h_1, i_2 h_2)$

$$\Lambda_1 y_{i_1 i_2} = \frac{y(i_1 - 1, i_2) - 2y(i_1, i_2) + y(i_1 + 1, i_2)}{h_1^2},$$

$$\Lambda_2 y_{i_1 i_2} = \frac{y(i_2 - 1, i_1) - 2y(i_1, i_2) + y(i_1, i_2 + 1)}{h_2^2}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Самарский А.А., Николаев В.С. Математическое моделирование. М. Наука, 2017-450с.
2. Исроилов М. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, «Ўқитувчи», 2005.
3. Самарский А.А. Теория разросных схемю- М. Наука, 1989.-432с.
4. http://www.aim.uz:
5. http://www.arxiv.uz
6. http://www.techno.edu.ru