

## MAGNIT MAYDONIDA YUPQA PLASTINKANING DEFORMASIYALANISHI

**Indiaminov Muhammad Shukurovich**

Samarkand tuman Prezident talim muassasalari  
agentligi tizizimidagi ixtisoslashgan maktab,  
Samarqand, O'zbekiston,  
E-mail: [muhammadindiaminov@gmail.com](mailto:muhammadindiaminov@gmail.com)

### ANNOTATSIYA

Ushbu ishda elektromagnit kuchlar ta'sirida bo'lgan yupqa plastinkaning magnitoelastik deformatsiyalanishi matematik modellashtirigan Lorens kuchi ta'sirini hisobga olgan holda yupqa plastinka chiziqli magnioelastikligi masalasi sonli yechilgan. Olingan sonli natijalar taxlil qilingan.

**Kalit so'zlar:** elektromagnit maydoni, magnitoelastiklik, Lorents kuchi, deformatsiya.

### ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТОНКОЙ ПЛАСТИНКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

#### АННОТАЦИЯ

В работе математически моделировано магнитоупругое деформирование тонкой пластины, под действием электромагнитных сил. Линейная связанная задача магнитоупругости пластины численно решается с учетом сил Лоренца.

**Ключевые слова:** электромагнитная поля, магнитоупругость, сила Лоренца, деформация.

### DEFORMATION OF A THIN PLATE IN A MAGNETIC FIELD

#### ABSTRACT

The paper mathematically simulates the magnetoelastic deformation of a thin plate under the action of electromagnetic forces. The linear coupled problem of plate magnetoelasticity is numerically solved taking into account the Lorentz forces.

**Keywords:** electromagnetic field, magnetoelasticity, Lorentz force, deformation.

### KIRISH

Bog‘liqli maydonlar mexanikasi muammolaridan bo‘lgan elektromanito- elastikka oshib borayotgan qiziqishlar ishlab chiqarishning turli sohalaridagi zamonaviy texnik jarayonlar talablarini ta‘minlash va yangi texnologiyalarni ishlab chiqish talablaridan kelib chiqadi. Deformatsiyalanuvchan jismlarda bog‘liqli maydonlar mexanikasi bo‘yicha tadqiqotlar olib borish ham fundamental, ham amaliy ahamiyatga ega bo‘lib, ularga muhim dolzarblik kasb etadi. Elektromagnit maydoni bilan elektr o‘tkazuvchi jismlarning dinamik va mexanik ko‘chishlarining bog‘liqlik effektlari elektrodinamik Lorens kuchlari orqali amalga oshiriladi. Magnitoelektiriklik hozirgi davrga kelib juda muhim amaliy samara bermoqda va zamonaviy texnikaning turli sohalariga tadbiq qilinmoqda. Jumladan: mikrotizimli texnikada, mikroelektromagnit mexanik tizimlarda, real konstruktiv elementlarni hisoblashlarda, zamonaviy o‘lchagich tizimlarini yaratishda, shuningdek, elektron avtomatik stansiyalarning elektron boshqaruv mashinalarida va mikroelektronika, radioelektronika, elektrotexnikaning har xil sohalarida uchraydigan elektromagnit maydoni ta‘siri ostida ishlaydigan yupqa plastinka va qobiq shaklidagi konstruktiv elementlar tebranishi, mustahkamligi, kuchlanganlik holatlarini tadqiq qilishda.

### **TADVIQOT MATERIALLARI VA METODOLOGIYASI**

Faradey tajribasidan ma‘lumki, o‘tkazuvchan berk kontur o‘rab turgan yuza orqali magnit oqimining har qanday o‘zgarishi, shu kontur bo‘ylab ta‘sir etuvchi elektr yurituvchi kuch (E.Yu.K.) ni vujudga keltiradi. Induksiya E.Yu.K. vujudga kelishini o‘zgaruvchan magnit maydoniga joylashtirilgan qo‘zg‘almas berk zanjirda ham kuzatish mumkin.

Ma‘lumki, tok faqat noelektrostatik xarakterdagi tashqi kuchlar tufayli vujudga keladi. Qo‘zg‘almas zanjirda o‘zgaruvchan magnit maydoni tufayli vujudga kelgan bu tashqi kuchlar tabiatini nafaqat issiqlik yoki kimyoviy hodisalar asosida, hatto Lorens kuchlari tufayli ham izohlab bo‘lmaydi. Maksvell o‘zgaruvchan magnit maydoni fazoning ixtiyoriy nuqtasida moddaning bor yoki yo‘qligidan qat‘iy nazar uyurmali elektr maydoni hosil qiladi degan gipotezani ilgari surgan. (Modda faqat maydonni qayd qiluvchi vosita vazifasini bajaradi xolos).

Uyurmali elektr maydon kuchlanganligi vektorining sirkulyatsiyasi noldan farqli bo‘lib, hisoblashlar ko‘rsatishicha, u magnit oqimining o‘zgarish tezligini ifodalaydi:

$$\oint_L E_B dl = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

Bunda

$$\Phi_B = \int_S B dS \quad (2)$$

(1) va (2) lardan,

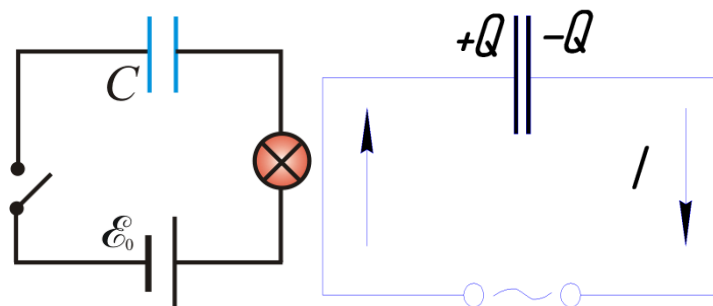
$$\oint_L E_{Be} dl = -\frac{\partial}{\partial t} (\oint S B dS) \quad (3)$$

Kontur qo‘zg‘almas bo‘lganligi tufayli differensial va integral belgilarning o‘rinlarini almashtirib:

$$\oint_L E_{Be} dl = -\oint_S \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) dS \quad (4)$$

(4) elektrodinamikaning birinchi asosiy qonuni bo‘lib, magnit maydoni o‘zgarishi tufayli vujudga kelgan elektr maydonini uyurmali xarakterga ega ekanligidan darak beradi.

Elektromagnit maydonni xarakterlashda Maksvell siljish toki tushunchasidan foydalangan. Ma‘lumki, magnit maydonini hosil qila oladigan uyurmali elektr maydonini Maksvell siljish toki deb atagan. Siljish tokining vujudga kelishi uchun zarrachalarning tartibli ko‘chishi emas, balki o‘zgaruvchan elektr maydoni bo‘lishi kifoyadir. O‘zgaruvchan tok manbaiga ulangan kondensatordan iborat zanjirni kuzatamiz. (1-rasm)



1-rasm. O‘zgaruvchan tok manbaiga ulangan kondensatordan iborat zanjir

Kondensator zaryadlanib, razryadlanib turishi tufayli qoplamalar orasidagi elektr maydoni ham davriy o‘zgarib turadi. Siljish toki o‘tkazuvchanlik toki chiziqlarini o‘tkazgich – dielektrik chegarasida uzmay, balki uni nafaqat dielektrik ichida, hatto vakuumda ham tutashtirib yuboradi. Siljish toki ham o‘tkazuvchanlik toki kabi magnit maydoni hosil qiladi. Siljish tokining magnit maydoni hosil qilishini Eyxenvold tajribada aniqlagan. Maksvell nazariyasiga ko‘ra o‘tkazuvchanlik toki zichligini siljish toki zichligiga teng deya olamiz:

$$\vec{j}_y = \vec{j}_c \quad (5)$$

$$j_{ym} = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{dS} \cdot \left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{dS}\right) = \frac{d\sigma}{dt} \quad (6)$$

bu yerda  $ds$  – kondensator qoplamasining yuzi.  $\sigma$  - zaryadning sirt zichligi.

Gauss teoremasiga muvofiq, elektr siljish vektori  $\vec{D}$ -ni, zaryadning sirt zichligi  $\sigma$  - ga tengligini isbotlash mumkin.

$$\oint_S D dS = \sum q_1 \quad q_1 = \sigma dS$$

$$\oint_S D dS = \sum q_1 = \oint_S \sigma dS; \quad D = \sigma \quad (7)$$

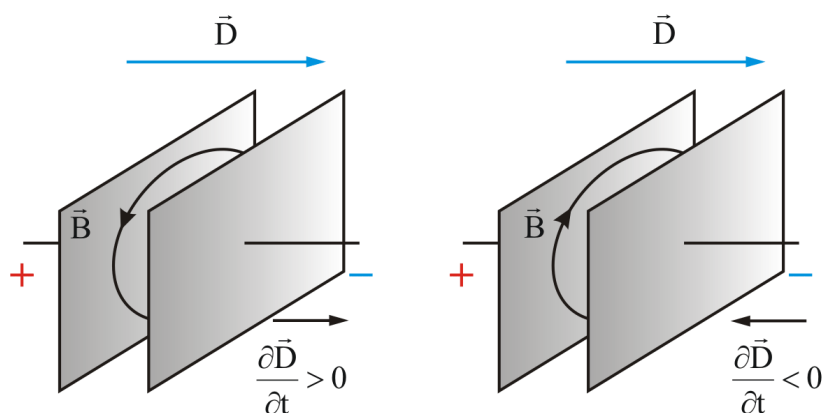
(7) ni hisobga olib, siljish toki zichligi uchun:

$$\vec{j}_c = \partial \vec{D} / \partial t \quad (8)$$

Bundan, siljish toki va u hosil qilgan magnit maydon faqat elektr siljish vektori  $\vec{D}$ -ning o'zgarish tezligiga proporsionaldir degan xulosa kelib chiqadi. Endi siljish tokining yo'nalishini aniqlaymiz. Kondensator zaryadlanishida tok o'ngdan chapga oqadi.

Induksiya vektori  $\vec{D}$ -ortadi, bunda  $\partial \vec{D} / \partial t > 0$  bo'lishi kuzatiladi hamda siljish vektori  $\vec{D}$  bilan  $\vec{J}$  mos tushadi. Siljish toki zichligining vektori o'tkazuvchanlik toki vektori bilan bir tomonga yo'nalgan bo'ladi. (2-rasm)

Kondensator razryadlanishida tok chapdan o'ng tomonga oqib, elektr siljish vektori kamayadi,  $\partial \vec{D} / \partial t < 0$  bo'ladi. Siljish vektorining o'zgarish tezligi  $\vec{D}$ -ga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. Siljish toki zichligi vektori  $\vec{j}_c$  o'tkazuvchanlik tok zichligi  $\vec{j}_{ym}$ -vektori bilan mos tushadi.



2-rasm. Siljish toki zichligi vektori yo'nalishi

Agar qoplamalar orasida dielektrik modda joylashtirilgan bo'lsa, elektr siljish vektori:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (9)$$

bu yerda E-elektr maydon kuchlanganligi. P-qutblanish vektori. (9) ni (128) ga qo'yib, tok zichligi uchun:

$$\vec{j}_c = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial(\epsilon_0 E + P)}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} \quad (10)$$

(10) ning birinchi hadi vakuumda siljish toki zichligini ifodalaydi, ikkinchi hadi esa dielektrikdagi zaryadlarning siljishi tufayli vujudga kelgan qutblanish toki zichligini bildiradi. Shunday qilib, o'tkazuvchanlik toki va siljish toki bir-biridan

ajralmagan holda bir butunlikni tashkil etadi. Shu tufayli to'la tok zichligi-o'tkazuvchanlik va siljish toklarining yig'indisidan iborat bo'ladi:

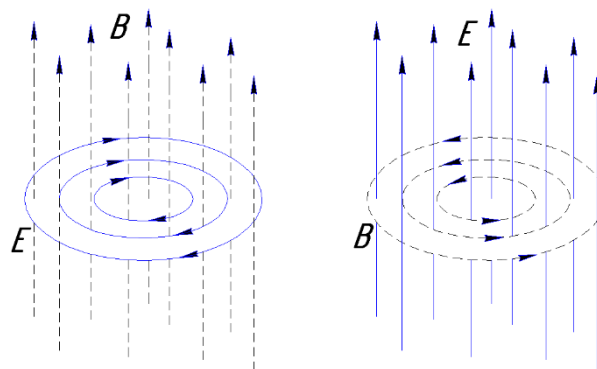
$$\vec{j}_T = \vec{j}_{ym} + \vec{j}_c = \vec{j}_y + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (11)$$

Buni hisobga olib, Gauss teoremasi magnit maydon kuchlanganlik vektori uchun:

$$\oint_L \vec{H}_R dl = \oint_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} \quad (12)$$

(12) elektrodinamikaning ikkinchi asosiy tenglamasi hisoblanadi va to'la toklar qonuni deb ham yuritiladi. Maksvell tomonidan uyurmali elektr maydon, siljish toki kabi tushunchalarning kiritilishi elektromagnit maydon nazariyasini yaratilishiga olib keldi. Magnit maydonning o'zgarishi elektr maydonini vujudga keltirishi va aksincha o'zgaruvchan elektr maydoni magnit maydonini vujudga keltirishi elektromagnit maydon deyiladi. (3-rasm).

Elektromagnit maydon statsionar bo'lmay fazoda ma'lum chekli tezlik bilan tarqaladi.



3-rasm. Magnit maydonning o'zgarishi elektr maydonini vujudga keltirishi va aksincha

Elektromagnit maydon materiyaning o'ziga xos yashash formasi bo'lib, u ob'yektiv reallikdir. Elektromagnit jarayonlar qanday sanoq sistemasida kuzatilishiga qarab, elektr maydoni tarzida, yoki elektromagnit maydon tarzida namoyon bo'ladi. Qo'zg'almas sanoq sistemasiga nisbatan kuzatganda, elektr zaryadi atrofida faqat elektr maydoni, harakatdagi sanoq sistemasiga nisbatan kuzatganda esa har ikkalasi elektr va magnit maydoni tarzida namoyon bo'ladi.

### TADQIQOT NATIJALARI

EHMning qo'llanish sohalaridan biri tabiatdagi turli jarayonlarni va ob'yektlarni matematik modellashtirishdir. Jarayonlarni kompyuter yordamida modellashtirish va tadqiq etish usuli turli fan sohalarida keng qo'llanilib kelmoqda. Magnit maydonida elektr o'tkazuvchi jism deformatsiyalanish jaryonini matematik modellashtirish va

jismda paydo bo'ladigan elektromagnit effektlarni tadqiq qilish amaliy jixatdan muhim ahamiyatga ega. Obyekt va jarayonlarni kompyuter yordamida tadqiq etish quyidagicha zanjirni namoyish qiladi: Obyekt–model–hisoblash algoritmi–EHM uchun dastur–hisoblash natijalari–hisoblash natijalarining taxlili–obyektni boshqarish.

Magnit maydonida elektrodinamik kuchlar ta'siridagi yupqa plastinkaning magnitoelastik deformatsiyalanishi jarayoni matematik modelini quyidagicha yo'zish mumkin [1-4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{1-\nu^2}{Eh} N_1 - \frac{\nu}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right); & \frac{\partial v}{\partial r} &= \frac{2(1+\nu)}{Eh} S - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right); \\ \frac{\partial w}{\partial r} &= -g_1; & \frac{\partial g_1}{\partial r} &= \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} M_1 + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\nu}{r} g_1; \\ \frac{\partial N_1}{\partial r} &= \frac{1}{r} \left( N_1(\nu-1) + \frac{Eh}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right) - \frac{\partial S}{\partial \theta} \right) - (P_1 + \rho F_1^a) + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial S}{\partial r} &= -\frac{1}{r} \left( 2S + \frac{Eh}{r} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) - \nu \frac{\partial N_1}{\partial \theta} \right) - (P_2 + \rho F_2^a) + \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial Q_1^*}{\partial r} &= -\frac{1}{r} Q_1^* - \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 M_1}{\partial \theta^2} - \frac{Eh^3}{12r^3(1+\nu)} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + (3+\nu) \frac{\partial^2 g_1}{\partial \theta^2} - \frac{\nu+1}{r} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) - \\ & - (P_3 + \rho F_3^a) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\rho h^3}{12r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial \theta^2}; \end{aligned}$$

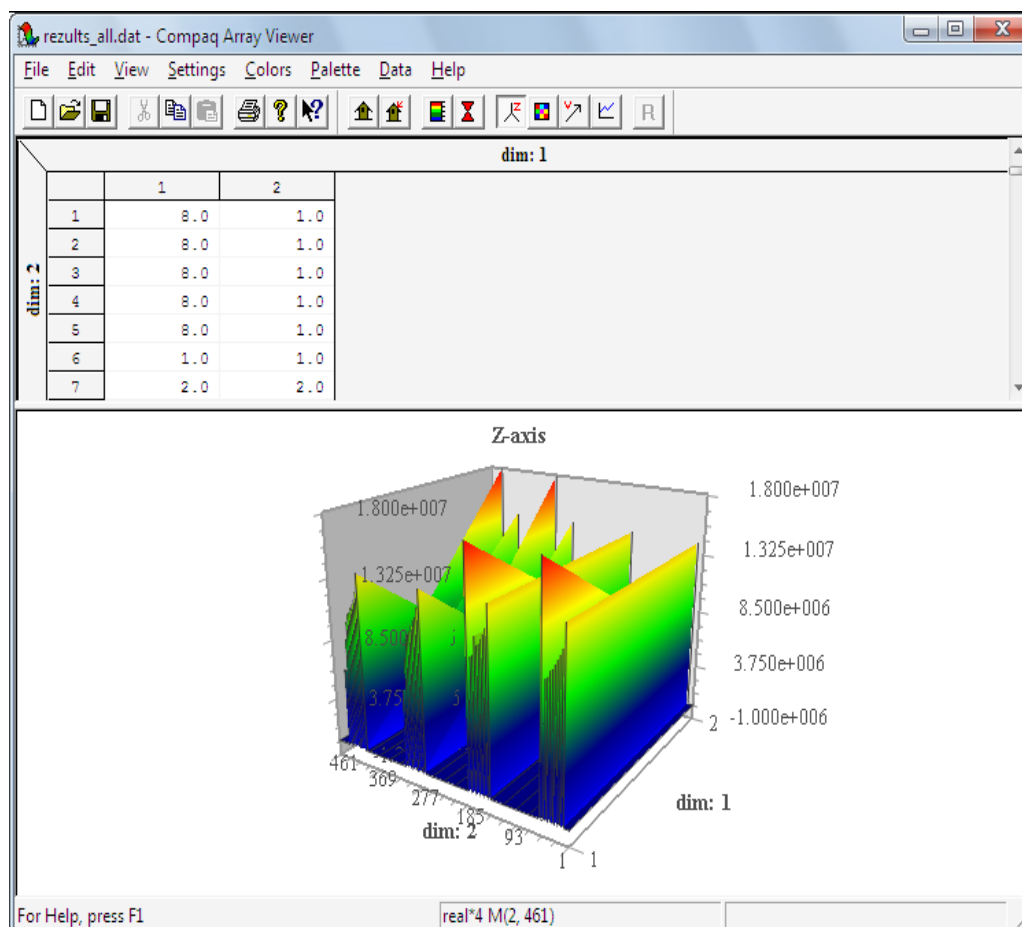
(9)

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial r} &= Q_1^* + \frac{\nu-1}{r} M_1 - \frac{Eh^3}{12r^3} \left( g_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{Eh^3}{6r^2(1+\nu)} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 g_1}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial e_2}{\partial r} &= -\frac{1}{r} e_2 - \frac{\partial b_3}{\partial t} + \frac{1}{r^2 \sigma \mu} \frac{\partial^2 b_3}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \left( B_{30} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial \theta} - \frac{B_2^+ + B_2^-}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial \theta} \right); \\ \frac{\partial b_3}{\partial r} &= \sigma \mu \left( \frac{\partial u}{\partial t} B_{30} - e_2 - \frac{B_1^+ + B_1^-}{2} \frac{\partial w}{\partial t} \right) - \frac{B_1^+ - B_1^-}{h}. \end{aligned}$$

Бу ерда  $\rho F_i^a$  - Лоренц кучи [5].

## МУХОКАМА

Nostasionar magnit va mexanik ta'sirlar ostida bo'lgan ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi mikroplastinkaning elektrodinamik Lorens kuchlarini hisobga olgan holda kuchlanganlik – deformatsiyalanganlik holatini tadqiq qilamiz.



4-rasm. Elektrodinamik kuchlar ta'sirida yupqa plastikaning deformatsiyalanishi

Olingan natijalar elektrodinamik kuchlarning ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi mikroplastikaning magnitoeistik tebranishiga tasiri juda sezilarli ekanligini ko'rsatadi (4-rasm).

### XULOSA

Bog'liqli maydonlar mehanikasida tutash muhit harakatini elektromagnit effektlarni hisobga olgan holda o'rganish muhim o'rinni egallaydi. Zamonaviy yangi texnika va texnologiyalarning rivojlanishi bu effektlarni hisobga olish kerakligi zaruriyatini keltirib chiqardi. Toktashuvchi jism magnit maydonida harakatlanganda elektromagnit maydoni tomonidan shu jismga tasir qiluvchi hajmiy elektrodinamik kuch, yani Lorens kuchi paydo bo'ladi. Lorens kuchlari o'tkazuvchi tutah muhit elementlarining harakati tezligi va tashqi magnit maydoni, tashqi magnit maydoniga nisbatan o'tkazish tokining yo'nalishi va miqdorlariga bogliq bo'ladi. Bu elektrodinamik kuchlarning ferromagnit bo'lmagan yupqa toktashuvchi egiluvchan mikroplastikalarga tasiri juda sezilarlidir.

### REFERENCES:

1. Y. M. Grigorenko and L. V. Mol'chenko, *Fundamentals of the Theory of Plates and Shells with Elements of Magnetoelasticity (Textbook)* (IPTs, 2010). [Google Scholar](#)
2. R. Indiaminov, "On the absence of the tangential projection of the Lorenz force on the axsymmetrical stressed state of current-carrying conic shells," *Int. Jour. Comp. Techn.* 13, 65–77 (2008). [Google Scholar](#)
3. Indiaminov, R., Narkulov, A., Butaev, R. Magnetoelastic strain of flexible shells in nonlinear statement // *Journal AIP Conference Proceedings*, 2021, 2365, 02 0002. (Scopus).
4. Indiaminov R., Narkulov A., Yusupov N., Rustamov R., Butaev S., Kholjigitov S. Isayev N. Nonlinear oscillations of a current-carrying shell in magnetic field // Cite as: *Journal AIP Conference Proceedings* 2467, 020013 (2022); Published Online: 22 June 2022. <https://doi.org/10.1063/5.0092465> (Scopus).
5. R. Indiaminov and N. Yusupov, "Mathematical Modeling of Magnetoelastic Vibrations of Current Conductive Shells in the Non Stationary Magnetic Field," 2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), 2021, pp. 1-4, doi: [10.1109/ICISCT52966.2021.9670308](https://doi.org/10.1109/ICISCT52966.2021.9670308) (Scopus).