DIFFERENSIAL OPERATORIGA MOS SPEKTRAL YOYILMALAR

Xolboyev Nurjon Abdujabbor o‘g‘li
Jizzax davlat pedagogika universiteti o‘qituvchi
E-mail: nurjonxolboyev96@gmail.com

Po‘latov Shodiyor Shokir o‘g‘li
Jizzax davlat pedagogika universiteti magistrant
E-mail: polatovshodiyor48@gmail.com

ANNOTATSIYA

Mazkur tezisda ikkinchi tartibli bir jinsli ikki olchovli elliptik operatoriga mos spektal yoyilmalar uchun sinfda umumlashgan lokalizasiya prinsipi isbotlanganligi haqida qisqacha malumot keltirilgan. Yaqin kunlarga qadar ham ushbu masala, eng sodda hol, yani Furye qatorlarining shar boyicha qismiy yigindisi uchun ham ochiq hisoblangan. 2019 yilga kelibgina yuqorida qayd qilingan hol uchun R.R. Ashurov tomonidan ijobiy javob olindi.

Kalit so‘zlar. Karrali Furye qatorlari, operator, operator yoyilmasi, spectral yoyilma, elliptik operator, deyarli hamma yerda yaqinlashish, umumlashgan lokalizatsiya.

$T^2 = \left\{ x \in R^2 : \ -\pi < x_j \le \pi, \ j = 1,2 \right\}$ kvadratni qaraylik. Aniqlanish sohasi $C^\infty(T^2)$ dan iborat quyidagi

$$L = a_{11}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + 2a_{12}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} + a_{22}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \qquad (1)$$

elliptik operatori berilgan bo‘lsin.

Bu operatorining o‘z-o‘ziga qo‘shma kengaytmalaridan bittasi A, davriylik sharti asosida beriladi [1], yani A bu $C^\infty(R^2)$ dagi har bir argumentlari bo‘yicha 2π davrga ega bo‘lgan funksiyalar fazosida aniqlangan L operatorining $L_2(T^2)$ dagi yoyilmasidir.

Osongina ko‘rish mumkinki, A operator $|n|^4$ xos qiymatlarga mos ushbu $(2\pi)^{-1}e^{i(n,x)}$ ko‘rinishidagi xos funksiyalarga hamda quyidagi

$$\theta(x,y,\lambda)=(2\pi)^{-2}\sum_{L(n)<\lambda}e^{i(n,x-y)} \qquad (2)$$

spektral funksiyaga ega bo‘ladi, bu yerda $x=(x_1,x_2),\ y=(y_1,y_2),\ n=(n_1,n_2),$ $(n,x)=n_1x_1+n_2x_2,\ (n,x-y)=n_1(x_1-y_1)+n_2(x_2-y_2),\ |n|=\sqrt{n_1^2+n_2^2}.$ $L(n)$ - L operatori-ning simvoli, ya’ni ushbu $L(n)=a_{11}n_1^2+2a_{12}n_1n_2+a_{22}n_2^2$ ko‘rinishidagi ko‘phaddir.

Bu holda, $\forall f\in L_2(T^2)$ funksiyaning spektral yoyilmasi quyidagi

$$E_\lambda f(x)=(2\pi)^{-2}\sum_{L(n)<\lambda}f_n e^{i(n,x)} \qquad (3)$$

ko‘rinishda aniqlanadi, bu yerda $f_n=(2\pi)^{-2}\int_{T^2}f(y)e^{-i(n,y)}dy$ - f funksiyaning Furye koeffisientlari.

Shuni ta’kidlash lozimki, (3) spektral yoyilma $f\in L_2(T^2)$ funksiyaning karrali trigonometrik Furye qatorini biror usul bilan jamlashni aniqlaydi. Xususan, $L=\Delta$ da, yani Laplas operatori bo‘lganda bu yoyilma karrali Furye qatorining shar bo‘yicha qismiy yigindisini anglatadi.

Mazkur tezisda (3) spektral yoyilma uchun $L_2(T^2)$ fazosida umumlashgan lokalizasiya masalasi o‘rganilgan. V.A. Ilinning [2] ishida xos funksiyalar boyicha ixtiyoriy yoyilma uchun umumlashgan lokalizasiya prinsipi tushunchasini kiritdi. Ilin tushinchasidan kelib chiqib, biz $L_2(T^2)$ da $E_\lambda f$ uchun umumlashgan lokalizasiya prinsipi o‘rinli deb aytamiz, agar $\forall f\in L_2(T^2)$ funksiya uchun ushbu

$$\lim_{\lambda\to\infty}E_\lambda f(x)=0 \qquad (4)$$

tenglik $T^2\setminus\operatorname{supp}f$ da deyarli bajarilsa.

Ko‘rinib turibdiki, klassik lokalizasiya prinsipidan farqli o‘laroq bu yerda (4) tenglikni $T^2\setminus\operatorname{supp}f$ da deyarli (hamma joyda emas) bajarilishi yetarli.

Ushbu tezisning asosiy natijasi quyidagi teorema hisoblanadi.

1-teorema. $f \in L_2\left(T^2\right)$ *va* $\Omega \subset T^2$ *ochiq to'plamda* $f = 0$ *bolsin . U holda, quyidagi*

$$\lim_{\lambda \to \infty} E_\lambda f(x) = 0 \qquad (4)$$

munosabat Ω *ning deyarli hamma yerida bajariladi.*

Deyarli yaqinlashish masalalarini o'rganishda maksimal operatorini kiritish maqsadga muvofiq:

$$E_* f(x) = \sup_{\lambda > 0} \left| E_\lambda f(x) \right|.$$

1-teorema isboti maksimal operatorining quyidagi bahosiga asoslangan:

2-teorema. $K_R = \left\{(x, y):\ x^2 + y^2 < R^2\right\}$ — *doira bolsin. Agar* $f(x) \in L_2\left(T^2\right)$ va $K_R \subset T^2$ *da* $f = 0$ *bo'lsa, u holda* $\forall r$ $(r < R)$ *uchun* $\exists C = C(R, r)$ *o'zgarmas mavjudki, ushbu*

$$\int_{K_r} \left[E_* f(x)\right]^2 dxdy \le C \int_{T^2} \left[f(x)\right]^2 dxdy \qquad (5)$$

tengsizlik o'rinli boladi.

n olchovli Laplas operatori uchun umumlashgan lokalizatsiya masalasi birinchi bo'lib R.R. Ashurov tomonidan [3] ishda o'rganilgan va bu borada ijobiy natija olingan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI: (REFERENCES)

1. Ш. А. Алимов, Р. Р. Ашуров, А. К. Пулатов. Кратные ряды и интегралы Фурье, Коммутативный гармонический анализ-4, Современные проблемы математики, Фундаментальные направления, том 42, Москва 1989, 105 с.
2. В.А. Ильин. Об обобщенный интерпритации принципа локализации для рядов Фурье по фундаментальным системам функций, Сиб. мат. журнал, 1968, 9, 1093-1106.
3. R.R. Ashurov. Generalized Localization for Spherical Partial Sums of Multiple Fourier Series. Doklady Mathematics 100, 505-507(2019).