LOKAL UZLUKSIZLIK MODULINING ASOSIY XOSSALARI

Boboqulova Munisa Shavkat qizi
O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali. O‘zbekiston
munisaboboqulova@gmail.com

ANNOTATSIYA

Bu maqola lokal uzliksizlik modulining asosiy xossalarini o‘rgatadi. Odatdagi biz bilgan uzliksizlik moduli xossalari ko‘rsatilib ular bilan solishtiriladi.

Kalit so‘zlar: funksiya uzluksizlik moduli, funksiyaning lokal uzluksizlik modul, nuqtaning η – atrofi.

Faraz qilaylik, E - nuqtalar to‘plami bo‘lsin va $f \in C(E)$ bo‘lsin. Quyidagi belgilashni kiritaylik

$$\omega_f(\delta)_E = \sup_{\substack{|z_1 - z_1| \leq \delta \\ z_1, z_1 \in E}} |f(z_1) - f(z_2)|, \delta > 0.$$

Bu funksiya berilgan $f(z)$ funksiyaning E to‘plamdagi uzluksizlik moduli deyiladi. $f(z)$funksiyaning E to‘plamdagi uzluksizlik moduli quyidagi xossalarga ega. Shu sababli bu funksiya $f \in C(E)$ funksiyaning xarakteristik funksiyasi hisoblanadi.

Endi E to‘plamdan z_0 nuqtani belgilab olib quyidagi funksiyani qaraymiz

$$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E = \sup_{\substack{|z_1 - z_1| \leq \delta \\ z_1, z_1 \in E \cap O_\eta(z_0)}} |f(z_1) - f(z_2)|, \delta > 0, \eta > 0.$$

bu yerda $O_\eta(z_0)$ to‘plam z_0 nuqtaning η - atrofi bo‘lib quyidagicha aniqlangan

$$O_\eta(z_0) \stackrel{\text{def}}{=} \{z: |z - z_0| < \eta\}.$$

$\omega_f(\delta)_E$ - funksiyani E to‘plamdagi f funksiyaning uzluksizlik moduli deyiladi.

$\omega_{f_{|\partial E}}(\delta)_E$ - funksiyani esa E to‘plamning chegarasidagi f funksiyaning uzluksizlik moduli deyiladi.

Xuddi shunday tushunchalarni lokal uzluksizlik moduli uchun ham kiritish mumkin, ya’ni

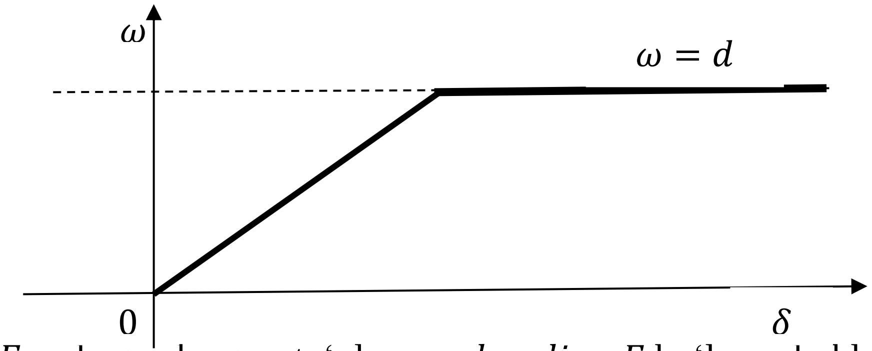
$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E$ funksiyani E to‘plamdagi f funksiyaning lokal uzluksizlik moduli deyiladi.

$\omega_{f_{|\partial E}}^{z_0}(\delta, \eta)_{\partial E}$ – funksiyani esa E to‘plamning chegarasidagi f funksiyaning lokal uzluksizlik moduli deyiladi. Ko‘rinib turibdiki har qanday η uchun

$$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E \leq \omega_f(\delta)_E.$$

Har bir z_0 nuqta uchun $\exists\ \eta > 0$ son topiladiki, $O_\eta(z_0) \subset E$.

Ma’lumki, agar $E = [0, d]$ bo‘lsa, u holda $\omega_f(\delta)_{[0,d]}$ uzluksizlik modulining grafigi quyidagi ko‘rinishga ega

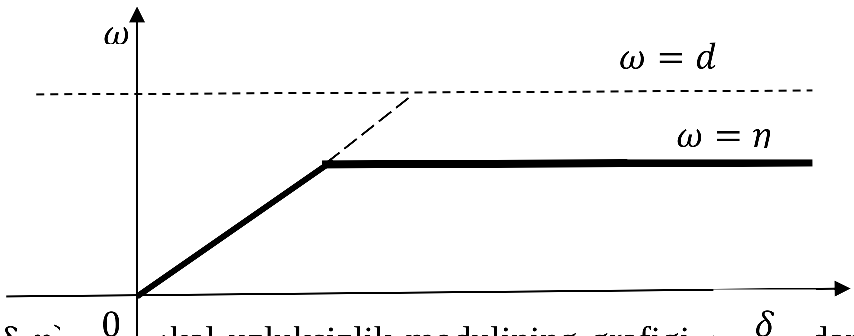


(1-rasm)

Agar E – chegaralangan to‘plam va $d = diamE$ bo‘lsa, u holda

$$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_E \le \omega_f^{z_0}(\delta, d)_E = \omega_f(\delta)_E.$$

$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_{[0,d]}$ lokal uzluksizlik modulining grafigi esa quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi



(2-rasm)

$\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_{[0,d]}$ lokal uzluksizlik modulining grafigi, yuqoridan $\omega = \eta = const$ va quyidan $\omega = 0$ to‘gri chiziqlar bilan hamda chap yon tomondan $\omega = k\delta$ to‘gri chiziq bilan chegaralangan yarim ochiq polasadan iborat bo‘ladi. Agar, η o‘zgaruvchi bo‘lsa, u holda $\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_{[0,d]}$ lokal uzluksizlik modulining grafigi, yuqoridan $\omega = d$ va $\omega = 0$ to‘gri chiziqlar bilan hamda chap yon tomondan $\omega = k\delta$ to‘gri chiziq bilan chegaralangan yarim ochiq polasadagi chiziqlar oilasidan iborat bo‘ladi. Shuning uchun, $y = f(x)$ funksiyaning z_0 nuqtadagi $\omega_f^{z_0}(\delta, \eta)_{[0,d]}$ lokal uzluksizlik modulining yagonaligi η o‘zgaruvchi bo‘lganda buziladi, ya’ni bu chiziqlar oilasi uchun koordinatalar bosh maxsus nuqta bo‘ladi.

Ma’lumki, $f \in C(E)$ funksiya uchun $\omega_f(\delta)_E$ xarakteristika, umuman olganda uzluksizlik moduli bo‘la olmaydi va hech qanday uzluksizlik moduliga ekvivalent emas. Shuning uchun S.B.Stechkinning berilgan xossalar bo‘yicha eng yaxshi mojoranta konstruksiyasini qo‘llaymiz:

$$\omega_f(z_0;\delta,\eta)_E = \delta \sup_{\xi \geq \delta} \xi^{-1}\, \omega_f^{z_0}(\delta)_E, \delta > 0, \eta > 0.$$

Ko‘rinib turibdiki

$$\omega_f^{z_0}(\delta)_E \leq \omega_f(z_0;\delta,\eta)_E, \delta > 0, \eta > 0,$$

bundan tashqari, agar $0 < \delta \leq 2\eta$ lar uchun

$$\overline{\omega}_f(z_0;\delta,\eta)_E = \delta \sup_{\delta \leq \xi \leq 2\eta} \xi^{-1}\, \omega_f^{z_0}(\delta)_E$$

aniqlansa, u holda $0 < \delta \leq 2\eta$ larda

$$\overline{\omega}_f(z_0;\delta,\eta)_E = \omega_f(z_0;\delta,\eta)_E$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Uzluksiz funksiyaning modul uzluksizligi ta’rifidan uning quyidagi xossalari kelib chiqadi:

1^0. $\omega(f,0) = 0$

2^0. $\omega(f,\delta)$ funksiya δ bo‘yicha kamayuvchi.

3^0. $\omega(f,\delta)$ yarimadditiv, ya’ni

$$\omega(f,\delta_1+\delta_2) \leq \omega(f,\delta_1) + \omega(f,\delta_2)$$

4^0. $\omega(f,\delta)$ –modul uzluksizlik, δ argument bo‘yicha $[a,b]$ da uzluksiz funksiya bo‘ladi.

1-ta’rif. *Agar* $\omega(\delta)(0 < \delta \leq l_0 = b - a)$ *funksiya* $1^0 - 4^0$*shartlarni qanoatlantirsa, u holda uzluksiz funksiyaning modul uzluksizligi deyiladi*.

3^0 munosabat quyidagi tengsizlikdan kelib chiqadi:

$$\varphi(\delta_1+\delta_2) = \delta_1 \cdot \frac{\varphi(\delta_1+\delta_2)}{\delta_1+\delta_2} + \delta_2 \cdot \frac{\varphi(\delta_1+\delta_2)}{\delta_1+\delta_2} \leq$$

$$\leq \delta_1 \cdot \frac{\varphi(\delta_1)}{\delta_1} + \delta_2 \cdot \frac{\varphi(\delta_2)}{\delta_2} = \varphi(\delta_1) + \varphi(\delta_2).$$

Takidlaymizki, $\frac{\varphi(\delta)}{\delta}$ ning o‘smovchi bo‘lishlik sharti modul uzluksiz uchun yetarli shart bo‘lib hisoblanadi.

Modul uzluksizlikning navbatdagi xossasi:

5^0. Agar $\omega(\delta)$-modul uzluksiz bo‘lsa, u holda $\forall\lambda \in R$ $(\lambda > 0)$ uchun

$\omega(\lambda\delta) = (\lambda + 1)\omega(\delta)$ (I.2.1)

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

Isbot. a)$\forall n \in N$ bo‘lsin. Bu xossaning isboti 3^0 xossadan bevosita kelib chiqadi, ya’ni

$$\omega(\delta_1+\delta_2) \leq \omega(\delta_1) + \omega(\delta_2)$$

agar $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ deb olsak, unda

$$\omega(2\delta) \leq 2\,\omega(\delta)$$

Matematik induksiya usuli yordamida $\omega(n\delta) \leq n\,\omega(\delta)$ tengsizlikning o‘rinli ekanligini ko‘rsatish mumkin.

b) $\forall\lambda \in R$ bo‘lib, $n < \lambda < n+1, (\lambda > 0)$ bo‘lsin. Ma’lumki, $\omega(\delta)$-monoton o‘suvchi funksiya. U holda

$\omega(\lambda\delta) \leq \omega(n+1)\delta \leq (\lambda+1)\omega(\delta)$.

$\mathbf{6^0}$.$\delta_1 \leq \delta_2$ bo‘lsin. U holda

$\omega(\delta_2) = \omega\left(\delta_1 \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1}\right) \leq \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} + 1\right)\omega(\delta_1) = \frac{\delta_2}{\delta_1}\left(1 + \frac{\delta_1}{\delta_2}\right)\omega(\delta_1) \leq 2\frac{\delta_2}{\delta_1}\omega(\delta_1)$.

Keyingi tengsizlikdan $\forall\delta_1 \leq \delta_2$ bo‘lganda

$$\frac{\omega(\delta_2)}{\delta_2} \leq 2\frac{\omega(\delta_1)}{\delta_1} \qquad (*)$$

bo‘ladi. Bu xossadan $\frac{\omega(\delta)}{\delta}$ –deyarli kamaymovchi funksiya ekanligi kelib chiqadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI: (REFERENCES)

1. Vallee Poussin Ch., de la. Lecons sur l’approximation des functions d’une variable reelie. Paris, 1919.
2. Бари Н.К., О наилучшем приближении тригонометрическими полиномами двух сопряженных функции, Изв. АН СССР, сер. Математическая, 19(1955), 285-302 стр.
3. Musayev A.O., Локальная полиномиальная аппрокцимация на квазиконформных кривых. Тезисы докладов международной конференции по теории приближения функций (г. Киев, 30 мая-6 июня, 1983 года), Киев, 1983,с.131
4. Musayev A.O., Мамедханов Дж.И., Локальная полиномиальная аппрокцимация на кривых в комплексной плоскости. Теории функции и приближений (труды 2-й Саратовский зимней школы 24 января-5 февраля 1984 года), часть 3, 1986, с 40-43