ELLIPS VA UNING URINMASIGA DOIR TEOREMALAR

Noriyeva Aziza Jasur qizi
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zMU Jizzax filiali, assistent.
noriyevaaziza@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlardan biri ellips va uning urinmasiga doir isbot etilishi talab etilgan masalalar ko‘rilgan bo‘lib, maqoladan analitik geometriya fani o‘qitiladigan ta’lim yo‘nalishi talabalari, professor-o‘qituvchilar hamda qiziquvchi yoshlar foydalanishi mumkin.

Kalit so‘zlar: Ellips, urinma, fokus, masofa, katta o‘q, kichik o‘q.

ABSTRACT

In this article, one of the second-order lines in the plane is an ellipse and the problems required to prove it. The article can be used by students, teachers, and interested young people of the field of study of analytical geometry.

Keywords: Ellipse, Attempt, Focus, Distance, Major Arrow, Minor Arrow.

KIRISH

Ma’lumki, tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlardan biri bu ellips bo‘lib, ellips deb fokuslar deb atalmish tayin ikki nuqtalargacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi berilgan kesma uzunligiga teng bo‘lgan nuqtalar to‘plamiga aytiladi. Berilgan kesma ellipsning katta o‘qi hisoblanib, u fokuslar orasidagi masofadan darhaqiqat katta bo‘ladi. Ellipsning katta o‘qini $2a$, kichik o‘qini $2b$, fokuslarini esa $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ kabi belgilaymiz. Bu yerda $c=\sqrt{a^2-b^2}$. Ellipsning ixtiyoriy nuqtasiga o‘tkazilgan urinma tenglamasi

$$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$$

funksiya urinma tenglamasining hosila yordamida hosil qilinishidan keltirib chiqariladi. (x_0, y_0) – urinish nuqtasining koordinatalaridir.[1]

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

S.V.Baxvalovning “Analitik geometriyadan masalalar to‘plami” va boshqa ko‘plab analitik geometriyaga doir adabiyotlarda ellipsga oid teoremalar va formulalar berilgan bo‘lib, ayrim teoremalar masala ko‘rinishida isbot etilishi talab etiladi. Analitik geometriya nafaqat “Amaliy matematika”, balki “Kompyuter ilmlari va dasturlashtirish texnologiyalari”, “Axborot tizimlari va texnologiyalari”, “Axborot xavfsizligi” kabi ta’lim yo‘nalishlarida asosiy fan sifatida o‘qitilib, turdosh yo‘nalish talabalariga isbotlashlarga oid masalalar bir muncha qiyinchiliklar tug‘dirishi mumkin. Biz quyida ellipsga doir teoeremalar va isbotlarni keltirish orqali analitik geometriya fanini o‘rganishni birmuncha osonlashtirmoqchimiz. Talaba yoshlar hamda professor-o‘qituvchilar ellips va uning kanonik tenglamalari mavzusini o‘qitishda ushbu ma’lumotlar foydali bo‘ladi degan umiddamiz. [2], [3], [4]

NATIJA

Teorema. $Ax+By+C=0$ to‘g‘ri chiziq $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga urinma bo‘lishi uchun $A^2a^2+B^2b^2-C^2=0$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarli. [1]

Isbot. $Ax+By+C=0$ to‘g‘ri chiziq $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga urinma bo‘lishi uchun

$$\begin{cases} Ax+By+C=0 \\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \end{cases} \qquad (\mathbf{1})$$

sistema yagona yechimga ega bo‘lishi zarur va yetarli, ya’ni berilgan to‘g‘ri chiziqning urinma bo‘lishi masalasi sistemaning yagona yechimga ega bo‘lish masalasiga olib kelinadi. (1) sistemani o‘rniga qo‘yish usulida yechamiz. (1) dagi birinchi tenglamani x ga nisbatan yechib, ikkinchi tenglamadagi x o‘rniga qo‘yamiz:

$$\begin{cases} x=\dfrac{-By-C}{A} \\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\left(\dfrac{-By-C}{A}\right)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (2)$$

(2) tenglikning ikkala qismiga a^2b^2 ni ko‘paytirib,

$B^2b^2y^2+2BCb^2y+C^2b^2+A^2a^2y^2=A^2a^2b^2$ (3)

tenglikka ega bo‘lamiz. (3) tenglikdan y ga nisbatan kvadrat tenglamani hosil qilamiz:

$(B^2b^2+A^2a^2)y^2+2BCb^2y+C^2b^2-A^2a^2b^2=0.$ (4)

Shartga ko‘ra (1) sistema yagona yechimga ega bo‘lishini hisobga olsak, (4) tenglamaning yagona yechimga ega bo‘lishi zarur ekaligi kelib chiqadi. Bundan

$D=(2BCb^2)^2-4(B^2b^2+A^2a^2)(C^2b^2-A^2a^2b^2)=0$ (5)

ga ega bo‘lamiz. (5) tenglikni soddalashtirib,

$$4B^2C^2b^4-4B^2C^2b^4+4A^2B^2a^2b^4-4A^2C^2a^2b^2+4A^2B^2a^2b^4=0$$

$A^2a^2+B^2b^2-C^2=0$ (5)

ga ega bo‘lamiz.

Teorema. Ellipsning ixtiyoriy l urinmasidan uning F_1, F_2 fokuslarigacha bo‘lgan masofalarining ko‘paytmasi o‘zgarmas bo‘lib, kichik yarim o‘qi b ning kvadratiga teng. [1]

Isbot. Ellipsning ixtiyoriy $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasiga o‘tkazilgan urinma tenglamasi

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1 \quad (6)$$

da soddalik uchun $M_0(1, y_0)$ deb olamiz. Ma’lumki,

$$y_0 = \sqrt{b^2\left(1 - \frac{1}{a^2}\right)}$$

bo‘ladi. Demak, $M_0\left(1, b^2\left(1 - \frac{1}{a^2}\right)\right)$.

M_0 nuqtaning koordinatalarini (6) tenglikka qo‘ysak, urinma tenglamasi hosil bo‘ladi:

$$l\colon \frac{x}{a^2} + \frac{y\sqrt{a^2 - 1}}{ab} - 1 = 0.$$

Endi $F_1(-c, 0)$ va $F_2(c, 0)$ fokuslargacha bo‘lgan masofalarni hisoblaymiz:

$$lF_1 = \frac{\left|\frac{-c}{a^2} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^4} + \left(\frac{\sqrt{a^2 - 1}}{ab}\right)^2}} \quad (7)$$

$$lF_2 = \frac{\left|\frac{c}{a^2} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^4} + \left(\frac{\sqrt{a^2 - 1}}{ab}\right)^2}} \quad (8)$$

(7) va (8) tengliklarni ko‘paytiramiz:

$$lF_1 \cdot lF_2 = \frac{\frac{c^2}{a^4} - 1}{\frac{1}{a^4} + \left(\frac{\sqrt{a^2 - 1}}{ab}\right)^2}$$

$c^2 = a^2 - b^2$ ekanligidan,

$$\frac{\frac{a^2 - b^2}{a^4} - 1}{\frac{1}{a^4} + \left(\frac{a^2 - 1}{a^2 b^2}\right)} = \frac{(a^2 - b^2)b^2 - a^4 b^2}{b^2 - a^4 + a^2} = \frac{b^2(b^2 - a^4 + a^2)}{(b^2 - a^4 + a^2)} = b^2$$

Teorema isbotlandi. [5], [6], [7].

XULOSA

Ellipsning ixtiyoriy urinmasidan fokuslarga bo‘lgan masofalarning o‘rta geometrigi uning kichik yarim o‘qiga teng bo‘ladi. Bu xossa ellipsning muhim xossalaridan biri bo‘lib, undan texnika, qurilish va boshqa ko‘plab sohalarda foydalaniladi. Umuman olganda muhandislik va boshqa ko‘plab sohalarda chiziqlarning xossalaridan foydalanish talab etiladi. Bu esa chiziqlarining xossalarini keltirib chiqarish zaruratini tug‘diradi, chunki har bir xossa adabiyotlarda keltirilmaydi. Adabiyotlarda asosiy xossalar keltirilgan bo‘lib, qolgan xossalarni o‘rganish talabalarga mustaqil vazifa bo‘ladi. Ushbu maqola talabalarining mustaqil ishlarini tashkil qilishga xizmat qiladi. [8], [9], [10]

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI: (REFERENCES)

1. S.V.Baxvalov, P.S.Modenov, A.S.Parxomenko. Analitik geometriyadan masalalar to‘plami.Toshkent.2005.

2. Noriyeva A. O‘ QUVCHILARNING KREATIVLIK QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISHDA NOSTANDART MISOL VA MASALALARNING AHAMIYATI //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.

3. Meliyeva Mohira Zafar qizi, & Noriyeva Aziza. (2023). KO‘PHADLARNI HOSILA YORDAMIDA KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH . ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ, 20(3), 117–120. Retrieved from http://newjournal.org/index.php/01/article/view/5708

4. Нориева A. Koshi tengsizligi va uning qiziqarli masalalarga tadbiqlari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 361-364.

5. Рабимкул А., Иброҳимов Ж. Б. ў., Пўлатов, БС and Нориева, АЖ қ. 2023. АРГУМЕНТЛАРНИ ГУРУҲЛАРГА АЖРАТИБ БАҲОЛАШ УСУЛИДА КЎП ПАРАМЕТРЛИ НОЧИЗИҚЛИ РЕГРЕССИЯ ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ҚУРИШ МАСАЛАЛАРИ //Educational Research in Universal Sciences. – 2023. – Т. 2. – №. 2. – С. 174-178.

6. Abdunazarov R. Issues of effective organization of practical classes and clubs in mathematics in technical universities. Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal. Current Issue: Volume 2022, Issue 3 (2022) Articles.

7. Абдуназаров Р. О. численной решение обратной спектральной задачи для оператора Дирака //Журнал “Вопросы вычислительной и прикладной математики. – №. 95. – С. 10-20.

8. Отакулов С., Мусаев А. О. Применение свойства квазидифференцируемости функций типа минимума и максимума к задаче негладкой оптимизации //Colloquium-journal. – Голопристанський міськрайонний центр зайнятості, 2020. – №. 12 (64). – С. 48-53.

9. Мусаева А. О. Зарубежная система финансирования образовательных учреждений //Наука и новые технологии. – 2011. – №. 10. – С. 75-81.

10. https://openidea.uz/index.php/idea/article/download/1290/1973