

## АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ВЫВОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛ АВТОМОБИЛЯ И ЕЁ ИССЛЕДОВАНИЕ

**Маматкабилов Абдилмажид Хужамуратович**

Стар. преп. каф. прикладной математики и информатики

Термезского государственного университета

[abdilmajid@mail.ru](mailto:abdilmajid@mail.ru)

### АННОТАЦИЯ

В работе предлагается описание программного комплекса для автоматизации вывода и исследования математические модели автомобиля с учетом упругости и деформируемости шин, поперечного и продольного углов крена кузова автомобиля с целью определения рациональных значений конструктивных параметров.

**Ключевая слова:** математическая модель, вычислительный эксперимент, движения, устойчивость, упругость, деформируемость, угол крена, детерминантное и характеристическое уравнение.

### ABSTRACT

The paper proposes a description of a software package for automating the output and study of mathematical models of a car, taking into account the elasticity and deformability of tires, the transverse and longitudinal roll angles of the car body in order to determine rational values of design parameters.

**Key words:** mathematical model, computational experiment, motion, stability, elasticity, deformability, roll angle, determinant and characteristic equation.

### ANNOTATSIYA

Maqolada konstruktiv parametrlarining ratsional qiymatlarini aniqlash uchun shinalarning elastikligi va deformatsiyasini, avtomobil korpusining ko'ndalang va bo'yлама burilish burchaklarini hisobga olgan holdagi matematik modelini keltirib chiqarish va tadqiq etish dasturiy loyiha taklif etiladi.

**Kalit so'zlar:** matematik model, hisoblash tajribasi, harakat, barqarorlik, elastiklik, deformatsiya, burilish burchagi, determinant va xarakteristik tenglama.

Современная автомобильная промышленность является достаточно развитой, высокотехнологичной отраслью. Законы рынка заставляют автопроизводителей всесторонне повышать качество выпускаемой ими продукции, уделяя внимание как дизайну автомобилей, так и их комфорту, надежности и практичности. Особое внимание привлекается к вопросам безопасности движения, в частности, к проблемам предотвращения ситуаций, приводящих к заносу автомобиля [1].

Разработка надежного и безопасного автомобиля предполагает построение и анализ соответствующих математических моделей на начальном этапе проектирования.

Использование динамических моделей позволяет оценить влияние параметров конструкции автомобиля на его движение, разработать эффективные алгоритмы управления автомобилем и реализовать их в виде так называемых средств активной безопасности.

Увеличение количества транспортных средств и рост интенсивности движения приводят к необходимости повышения их надёжности и безопасности. Увеличение транспортного потока и рост числа большегрузных автомобилей ведёт к ускорению разрушения дорожных покрытий.

Постоянная модернизация транспортных средств, активное внедрение элементов автоматического регулирования в различных компонентах автомобилей требует оценки влияния всех вводимых усовершенствований на поведения автомобиля.

Развитие компьютерных технологий, связанных с аналитическими преобразованиями, позволяет рассматривать модели транспортных средств с большим числом степеней свободы, причем не только выписывать в аналитическом виде уравнения движения. Сочетание этих методов с численным анализом на быстродействующим компьютерах позволяет определить движение при самых разнообразных условиях.

Исследования ученых показали, что разумное сокращение числа степеней свободы и учитываемых параметров не оказывает существенного влияния на целый ряд практически важных параметров движения [2]. Это указывает на необходимость наиболее полного изучения свойств простых моделей автомобиля и увеличения числа степеней свободы и количества учитываемых параметров лишь в случае необходимости.

Особое значение среди элементов автомобиля, в значительной мере определяющих его динамику, имеет пневматическая шина вследствие её роли связующего звена между экипажем и дорогой. Все соответствующие силы для ускорения, торможения, криволинейного движения реализуются через силовое

взаимодействие между шиной и дорогой. Несмотря на необозримое количество работ, предметом рассмотрения которых являлась пневматическая шина, ввиду сложности ее свойств изучение влияния свойств шины на динамику автомобиля продолжает оставаться одной из актуальнейших задач как теоретической, так и технической механики.

Современный уровень развития теории качения, программного обеспечения вычислительной техники, давая принципиальную возможность рассмотрения модели автомобиля практически любой сложности, в то же время не может обеспечить проведение анализа влияния многочисленных постоянных и физических параметров задачи на устойчивость движения при формально квалифицированном их применении, что обусловлено чрезвычайной сложностью рассматриваемой задачи.

Построенная система исследования устойчивости движения автомобиля может быть использована для любой модели автомобиля и любого движения, если для неё будут составлены в явном виде соответствующие характеристические уравнения, для чего, в свою очередь, необходимо получение явного вида уравнений возмущенного движения с выделенным первым приближением[2].

В данной работе получены определенные результаты по автоматизации этапа составления уравнений возмущенного движения сложных нелинейных механических систем как с использованием стандартных систем обработки символьной информации Maple. Необходимость автоматизации и этого этапа исследования в значительной мере обусловлена тем, что для криволинейного движения, в отличие от случая прямолинейного движения, параметры невозмущенного движения при одной и той же линейной скорости автомобиля и приложенной тяге будут изменяться в зависимости от выбранной модели взаимодействия шины и дороги.

При автоматическом составлении уравнений возмущенного движения возможен переход к следующему этапу - автоматизации определения глубины моделирования а также числа и выбора степеней свободы параметров, не только достаточных, но и необходимых для адекватного описания динамики автомобиля. Автоматизация определения глубины моделирования должна обеспечить возможность проведения анализа влияния тех или иных параметров автомобиля, на его динамику в частности, устойчивости движения. Диапазоны изменения параметров автомобиля число которых может достигать нескольких сот разбиваются на небольшие интервалы, для которых проводится вычислительный эксперимент при последовательном упрощении модели. Затем для каждого интервала методами распознавания выделяются наиболее значимые

параметры, на основе чего автоматически строится упрощенная модель автомобиля для соответствующего набора значений параметров исходит сложной модели.

Для решения этой проблемы разработана программно-инструментального средства (ПИС) которая даёт возможность вывода математические модели автомобиля соответствующих постановкам задач, а также проведение вычислительного эксперимента по исследованию задач об устойчивости прямолинейного и криволинейного движения автомобиля с целью определения рациональных значений параметров шин.

Функциональная схема программно-инструментальной системы **AVTO** состоит из пяти модулей (рис.1).

Модуль **MANAJER** предназначена для организации интегрированной среды для системы **AVTO**. Интегрированная среда, обладает следующими свойствами:

- обеспечивает для пользователя возможности постановки задачи для ЭВМ путем сообщения только ее условий без задания программы решения. При этом сохраняется возможность детального разбиения задачи на последовательность подзадач, обеспечивающая, в свою очередь, возможность косвенного указания пути решения задачи;

- обеспечивает для пользователя возможности самостоятельного формирования операционной среды решения задачи с использованием только терминов и понятий из области профессиональной деятельности пользователя;

- возможность изменения по желанию пользователя структуры диалога. При этом спектр возможных изменений предусматривает диалог типа «меню».

- имеется помощи, дающая основные понятия по использованию программы.

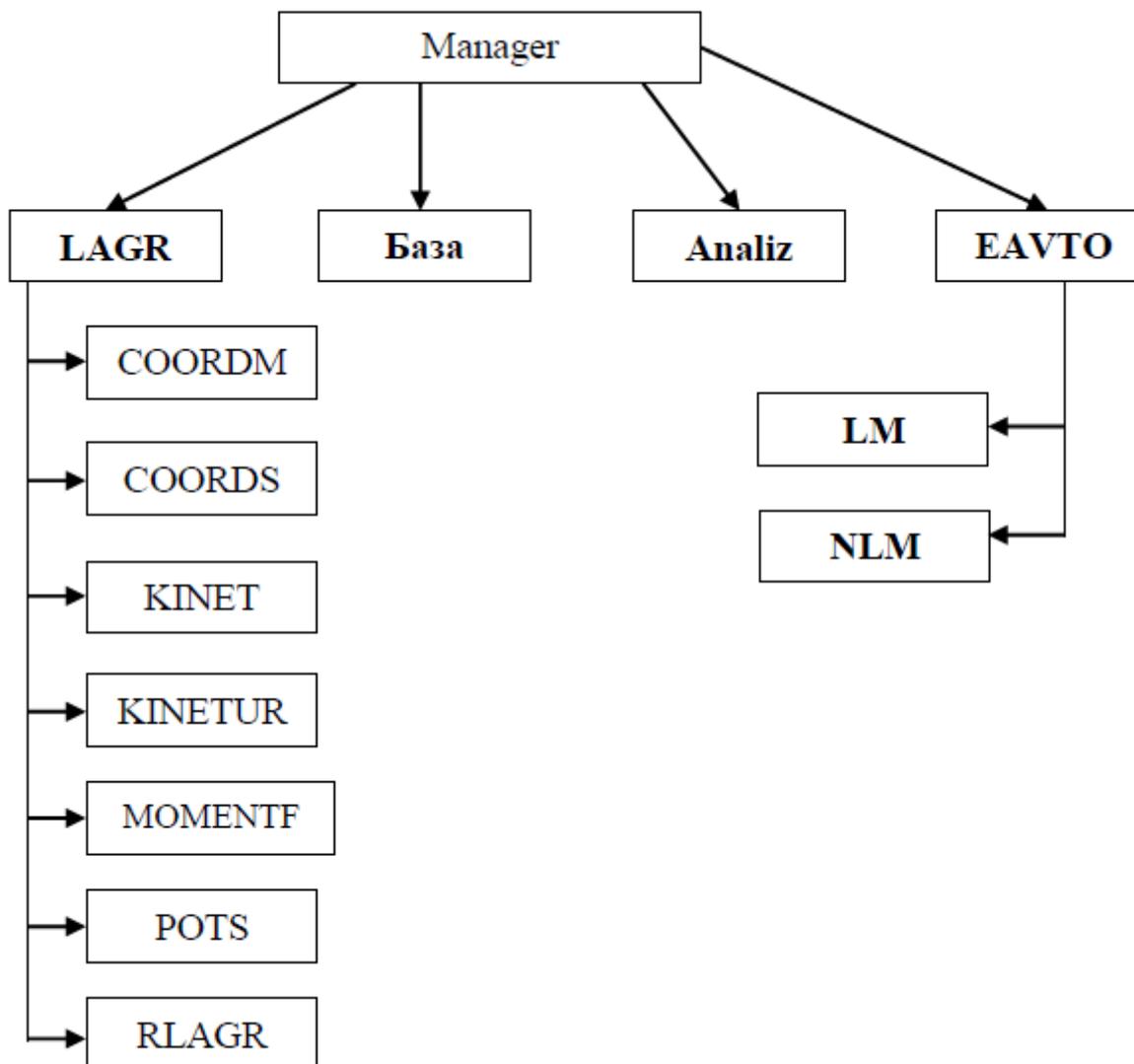


Рис.1.

Модуль **EAVTO** состоит из двух процедур **LM**, **NLM** и предназначена для проведения вычислительного эксперимента по определению условия устойчивости движения (как линейных, так и нелинейных моделей движения) и изучения влияния конструктивных параметров на границу области устойчивости движения автомобиля с целью выбора рациональной области устойчивости и рациональных значений параметров.

Процедура **LM**-даёт возможность провести вычислительный эксперимент по определению условия устойчивости прямолинейного и криволинейного движения и изучения влияния конструктивных параметров автомобиля на границу области устойчивости с целью выбора рациональной области устойчивости и рациональных значений параметров.

Область устойчивости строиться на прямоугольнике

$$G = \{(\tau, \nu) \in E^2 \mid \tau_Q \leq \tau \leq \tau_J; \nu_Q \leq \nu \leq \nu_J\},$$

который выделен на плоскости двух произвольно выбранных параметров  $\tau$  и  $\nu$ , путем изображения одного из знаков “+” (устойчивый) или “-” (неустойчивый) в каждом из узлов сетки

$$S = \{(\tau_i, \nu_j) \in G \mid \tau_i = \tau_Q + (i-0) * d\tau, i = \overline{0, [(\tau_J - \tau_Q) / d\tau]}; \\ \nu_j = \nu_Q + (j-0) * d\nu, j = \overline{0, [(\nu_J - \nu_Q) / d\nu]}\},$$

Считается, что значения каждого конструктивного параметра изменяются между нижней ( $P_{Qi}$ ) и верхней ( $P_{Ji}$ ) границами с заданным шагом ( $dP_i$ ) и они удовлетворяют условиям  $P_{Qi} \leq P_{Ji}, dP_{Ji} > 0$ .

В базе данных в файле номинальных значений конструктивных параметров эти величины располагаются в следующем виде:

$$\begin{array}{l} P_{Q1}, \quad dP_1, \quad P_{J1}, \\ P_{Q2}, \quad dP_2, \quad P_{J2}, \\ \dots, \\ P_{Qk}, \quad dPk, \quad P_{Jk}. \end{array}$$

После этих данных на новой строке задаются номера конструктивных параметров, на плоскости которых нужно построить область устойчивости. Например, если область устойчивости необходимо построить на плоскости параметров  $l_1(\tau)$  и  $a_1(\nu)$ , то достаточно указать в этой строке номера параметров  $l_1$  и  $a_1$ . Кроме параметров  $\tau$  и  $\nu$  могут изменяться циклически еще несколько параметров. Для этого задается их число  $\zeta$  и список их номеров  $N_1, N_2, \dots, N_\zeta$ .

В файле исходные данные располагаются в следующем порядке.

$$\begin{array}{l} P_{Q1} \quad dP_1 \quad P_{J1} \\ P_{Q2} \quad dP_2 \quad P_{J2} \\ \dots \\ P_{Qk} \quad dPk \quad P_{Jk} \\ x \quad y \quad \zeta \\ N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_\zeta \end{array}$$

При исследовании учтены следующие случаи:

- 1) С учетом упругости и деформируемости шин;
- 2) В случае достаточно больших значений кинематических параметров шин;
- 3) В случае учета лишь боковой деформации шин;
- 4) В случае достаточно больших скоростей движения;
- 5) На основе гипотезы увода.

В процедуре **LM** с файла конструктивных параметров считывается первая группа исходных данных в массивы  $PQ[1..k]$ ,  $dP[1..k]$ ,  $PI[1..k]$ , а далее значения переменных  $x$ ,  $y, \zeta$  и значения массива  $PC[1.. \zeta]$ , где указывается номера параметров с номерами  $N_1, N_2, \dots, N_\zeta$  значения которых изменяются циклически. При этом цикл по параметру с номером  $N_1$  содержит цикл по параметру  $N_2$  и т.д. цикл по параметру с номером  $N_\zeta$ . Внутри всех этих циклов выполняются построения области устойчивости на плоскости параметров с номерами  $x$  и  $y$  путем распечатки знака “+” или “-” в узлах сетки  $S$  на выбранном прямоугольнике  $G$  этой плоскости.

Построение области устойчивости осуществляют в два цикла: по параметру  $\tau$  с номером  $x$  и по параметру  $\nu$  с номером  $y$ . Цикл по параметру  $\tau$  находится в цикле по параметру  $\nu$ . Внутри цикла по  $\tau$  сначала вычисляются элементы матриц  $A$ ,  $B$  и  $C$ , затем происходит вычисление коэффициентов характеристического уравнения [3]. Коэффициенты характеристического уравнения составляют массив  $d[0..2n]$ . Далее осуществляется “укорочение” характеристического уравнения на число его нулевых коэффициентов при старших степенях и нулевых корней. Наконец, на основе выбранной критерии (методом вычисления ряда Штурма, Гурвица, Рауса, Льенара-Шипара) определяется устойчивость печатается знак “+” или неустойчивость печатается знак “-” движения автомобиля в узлах сетки  $S$  на выбранном прямоугольнике  $G$  этой плоскости.

При выборе исходных данных для элементов массивов  $PQ[1..k]$ ,  $dP[1..k]$  и  $PJ[1..k]$  необходимо учесть, что в качестве значений параметров автомобиля, номера которых отличимы от  $x$ ,  $y$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ , ...,  $N_\zeta$  берутся их нижние границы. Управляющим модулем предлагается перечень параметров исследований и среди них осуществляется выбор пользователем. После этого значения этих параметров становятся произвольными, т.е. вводятся новые значения со стороны пользователей. Далее она формирует матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , а затем детерминантное уравнение [4]

$$| A\lambda^2 + B\lambda + C | = 0.$$

На основе детерминантного уравнения строится характеристическое уравнение с численными коэффициентами. По полученному характеристическому уравнению строятся области устойчивости движения. Область устойчивости движения для каждого значения выбранных параметров выводится на базу данных БД.

Модуль **BAZA** предназначен для хранения номинальных значений исследуемых параметров, координат центра масс автомобиля, колёс, передней

подвески и задней оси, углов крена кузова автомобиля, конструктивных параметров автомобиля и параметров деформации шин, обобщенных координат системы, формирования таблицы соответствия между математическими и конструкторскими обозначениями исследуемых параметров, хранения таблиц, графиков и рисунков, получаемых в результате исследования.

Модуль **ANALIZ** используется для анализа результатов вычислительного эксперимента с целью определения рациональных значений исследуемых параметров и рациональной области устойчивости движения.

Модуль **LAGR** реализована в среде системы компьютерной алгебры **MAPLE** и состоит из семи процедур **COORDM**, **COORDS**, **KINET**, **KINETUR**, **MOMENTF**, **POTS**, **RLAGR**. Эти процедуры схему вывода математических моделей (прямолинейного, криволинейного) движения автомобиля с учетом упругости и деформируемости шин, поперечного и продольного углов крена кузова автомобиля, а также непотенциальных сил в материале шины [5,6].

Процедура **COORDM** используется для введения неподвижной и подвижной системы координат  $(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4, \Sigma_5)$  и определения матрицы переходов из одной системы координат в другую.

Процедура **COORDS** предназначен для определения координат центра масс передней подвески, задней оси, переднего левого колеса, переднего правого колеса, заднего левого колеса, заднего правого колеса автомобиля и выражения углов  $\chi_i$ ,  $\theta_i$  колес и координат  $x_i$ ,  $y_i$  ( $i = \overline{1,4}$ ) через обобщенные координаты системы. Здесь  $\chi_i$  – угол между осью  $Oz$  и средней плоскости  $i$ -го колеса,  $\theta_i$  – угол между осью  $Oy$  и следом средней плоскости  $i$ -го колеса на дороге,  $x_i$ ,  $y_i$  – координаты точки встречи прямой наибольшего наклона, проходящей в средней плоскости  $i$ -го колеса через его центр, с плоскостью  $XOY$  дороги.

Процедура **KINET** используется для определения  $\Omega_{1x}, \Omega_{1y}, \Omega_{1z}$ -проекции мгновенной угловой скорости переднего левого колеса,  $\Omega_{2x}, \Omega_{2y}, \Omega_{2z}$ -проекции мгновенной угловой скорости переднего правого колеса,  $\Omega_{3x}, \Omega_{3y}, \Omega_{3z}$  - проекции мгновенной угловой скорости заднего левого колеса,  $\Omega_{4x}, \Omega_{4y}, \Omega_{4z}$ - проекции мгновенной угловой скорости заднего правого колеса по осям координат; скоростей движения центра масс передней подвески  $V_1$ , задней оси  $V_2$  и четырех колес автомобиля  $V_3, V_4, V_5, V_6$ ; кинетических энергий передней подвески  $T_1$ , задней части автомобиля без передней подвески и колес  $T_2$ , переднего левого колеса  $T_3$ , переднего правого колеса  $T_4$ , заднего левого колеса  $T_5$ , заднего правого колеса  $T_6$  и кинетической энергии системы  $T = \sum_{i=1}^6 T_i$ .

Процедура **KINETUR** предназначен для определения кинематических уравнений связей, накладываемых на качение колес, при поперечной деформации шин, продольной деформации шин, продольной и поперечной деформации шин, как при прямолинейном, так и при криволинейном движении автомобиля.

Процедура **MOMENTF** осуществляет нахождение результирующих моментов и сил, действующих на  $i$ -е колесо при поперечной, продольной, а также продольной и поперечной деформации шин.

Процедура **POTS** предназначен для определения обобщенных сил реакций действующих на колесо со стороны опорной поверхности, проекций этих обобщенных сил реакций на оси  $x, y, z, \theta, \psi, \vartheta_1, \vartheta_2, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ ; обобщенные силы, действующие на рассматриваемую систему, при вычислении которых учтены все силы, кроме сил деформации шин.

Процедура **RLAGR** предназначен для составления динамических уравнений движения автомобиля на баллонных колесах по криволинейному пути достаточно малой кривизны с учетом непотенциальных сил в материале шины; прямолинейного движения автомобиля с учетом упругости и деформируемости шин; прямолинейного движения автомобиля с учетом упругости и деформируемости шин, а также непотенциальных сил в материале шины; кругового движения с учетом упругости и деформируемости шин; криволинейного движения автомобиля на основе гипотезы увода; криволинейного и прямолинейного движения автомобиля при больших значениях кинематических параметров шин; криволинейного и прямолинейного движения автомобиля при больших скоростях движения автомобиля и т.д.

## ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)

1. Смирнов И.А. Методы математического моделирования движения автомобиля. // Труды XV международного научно-технического семинара "Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации". Сентябрь 2006 г., Алушта. - М 2006. С. 165.
2. Тураев Х.Т., Фуфаев Н.А., Мусарский Р.А. Теория движения систем с качением, ФАН, Ташкент, 1987, 158 с.
3. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем, Наука, Москва, 1967, 519 с.
4. Тураев Х.Т. Моделирование и исследование динамики колесных транспортных машин с деформируемыми шинами, ФАН, Ташкент, 1995, 168с.

5. Тураев Х.Т., Маматкабиллов А.Х. Динамические уравнения криволинейного движения автомобиля. // Научный вестник СамГУ. №5(45), 6-13 с., Самарканд-2007 г.

6. Mamatkabilov A.X., Turaev Kh., Urunbayev E. Automation of output of mathematical model of movement of a car and deformation of its tires. // International training-seminar on mathematics in conjunction with the joint mathematics meeting, 2011 between Samarkand state university and Malaysian mathematical sciences society 3-5 June 2011, Samarkand state university. 203-207 pg.

7. Mamatkabilov A.X. Mathematical models of curved and linear motion of a car taking into account the elasticity and deformable tires. Electronic journal of actual problems of modern science, education and training. August 2021-8/1. 64-75 pg. Issn 2181-975.