

SONLI INTEGRALLASH UCHUN SIMPSON FORMULALARINI QO‘LLASH

Quvvatov Behruz Ulug‘bek o‘g‘li

Osiyo Xalqaro Universiteti

“Umumtexnik fanlar” kafedrası o‘qituvchisi

E-mail: ulugzbekovich.bekhruz@mail.ru

ANNOTATSIYASI

Tuzilgan dastur va natijalardan aniq integrallarni turli hayotiy masalalarga tadbiqlarida, muhandislik masalalarida olinadigan differensial tenglamalar yoki integral tenglamalarda qo‘llash mumkin. Shuningdek tuzilgan dasturiy ta‘minot va sonli integrallash usullari uchun to‘plangan ma‘lumotlar hisoblash matematikasi, sonli usullar fanlarida nazariy va amaliy mashg‘ulotlarni o‘qitishda foydalanish mumkin.

Tadbiq etish darajasi va iqtisodiy samaradorligi: Aniq integrallarni yuqori aniqlikda hisoblovchi taqribiy metodlarni tanlash va ularning dasturlaridan turli sohalarda foydalanish mumkin.

ABSTRACT

Exact integrals from the compiled program and results can be applied to various life problems, differential equations or integral equations obtained in engineering problems. Also, the data collected for the structured software and numerical integration methods can be used in the teaching of theoretical and practical training in the sciences of computational mathematics and numerical methods.

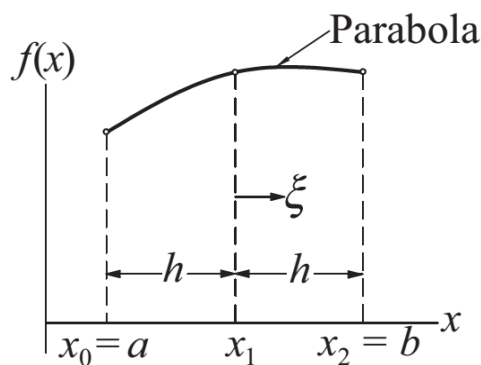
Implementation rate and cost-effectiveness: It is possible to choose approximate methods that calculate exact integrals with high accuracy and use their programs in various fields.

KIRISH

Hozirgi axborot zamonida biron bir faoliyat sohasini axborot – kommunikatsiya texnologiyalarisiz tasavvur qilib bo‘lmaydi. Davlat axborot resurslarini shakllantirish, axborot tizimlarini yaratish hamda rivojlantirish, ularning o‘zaro mosligi va aloqada ishlashini ta‘minlash axborot texnologiyalarining zamonaviy vositalarini ishlab chiqish va rivojlantirishni tashkil etish, dasturiy mahsulotlar ishlab chiqishni rag‘batlantirish maqsadida yangi texnologiyalardan foydalangan holda ta‘lim sifatini va uning

ko‘lamini kengaytirish bugungi kun talabi desak mubolag‘a bo‘lmaydi. Shu sabab yurtimizda xalqaro huquq me‘yorlarini hisobga olgan holda, axborot kommunikatsiya texnologiyalari sohasidagi milliy qonunchiligimiz muntazam ravishda takomillashtirib kelinmoqda. Ushbu qonunchilik bugun mualliflik va boshqa turdosh huquqlar, jumladan, to‘lovlar, tijorat, elektron imzo, hujjat aylanishi sohasidagi munosabatlarni tartibga solmoqda. Axborot xavfsizligini ta‘minlash iqtisodiy, ijtimoiy va madaniy rivojlanishning milliy ustuvorliklarini hurmat qilish tamoyillari asosida ochiq axborot jamiyatini tashkil etishda muhim masala hisoblanadi.

Simpson formulasi

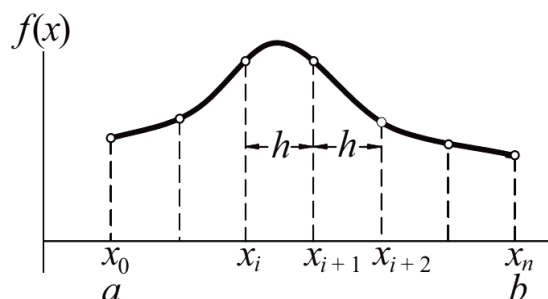


1–rasm. Simpsonning 1/3 qoidasi

Simpsonning 1/3 qoidasini $n = 2$ bo‘lgan Nyuton – Kotes formulalaridan olish mumkin, ya‘ni 1 – rasmda ko‘rsatilganidek, parabolik interpolyatsiyani uchta qo‘shni

tugun orqali o‘tkazish orqali parabola ostidagi maydon $\int_a^b f(x)dx$ ning yaqinlashuvini ifodalaydi (1.1 – misoldagi hosilaga e‘tibor beramiz).

$$I = \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] \frac{h}{3} \quad (1)$$



2 – rasm. Kompozit Simpsonning 1/3 qoidasi.

Kompozit Simpsonning 1/3 qoidasini qo‘llash uchun (a, b) integrallash diapazoni 2 – rasmda ko‘rsatilganidek, har biri $h = (b - a)/n$ kenglikdagi n ta panelga (n juft) bo‘linadi. (1) tenglamani ikkita qo‘shni panelga qo‘llaydigan bo‘lsak,

$$\int_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \approx [f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})] \frac{h}{3} \quad (2)$$

biz (2) tenglamani

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = \sum_{i=0,2,\dots}^n \left[\int_{x_i}^{x_{i+2}} f(x)dx \right] \quad (3)$$

(3) tenglamaga almashtirish orqali

$$\int_a^b f(x)dx \approx I = [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \frac{h}{3} \quad (4)$$

tenglamani hosil qilamiz.

(4) tenglamadagi Simpsonning 1/3 qoidasi sonli integrallashning eng mashhur usulidir. Biroq, trapetsiya qoidasi yanada ishonchliroq va Romberg integrallashi samaraliroq.

Kompozit Simpson formulasining xatoligi:

$$E = \frac{(b-a)h^4}{180} f^{(4)}(\xi) \quad (5)$$

shundan kelib chiqib, $f(x)$ uch yoki undan kichik darajali ko'phad bo'lsa, (4) tenglama to'g'ri degan xulosaga kelamiz.

Simpsonning 1/3 qoidasi n panellar sonini juft bo'lishini talab qiladi. Agar bu shart bajarilmasa, biz Simpsonning 3/8 qoidasi bilan birinchi (yoki oxirgi) uchta panelni birlashtira olamiz,

$$I = [f(x_0) + f(x_1) + 3f(x_2) + 3f(x_3)] \frac{3h}{8} \quad (6)$$

va qolgan panellar uchun Simpsonning 1/3 qoidasidan foydalanamiz. (6) tenglamadagi xatolik (4) tenglamadagi bilan bir xil tartibda.

1.2. Romberg integrallash formulasi

Romberg integrallashi trapetsiya qoidasini Richardson ekstrapolyatsiyasi bilan birlashtiradi (5.3). Formula quyidagi ko'rinishga ega:

$$R_{i,1} = I_i \quad (7)$$

Bu yerda, avvalgidek, I_i , 2^{i-1} panellari yordamida rekursiv trapetsia qoidasi

bo'yicha hisoblangan $\int_a^b f(x)dx$ ning taqribiy qiymatini ifodalaydi. Bu taqribiy xatolik:

$E = c_1h^2 + c_2h^4 + \dots$, bu yerda

$$h = \frac{b-a}{2^{i-1}} \quad (8)$$

panelning kengligi.

Romberg integrallashi $R_{2,1} = I_2$ (bir panel) va $R_{1,1} = I_1$ (ikki panel) ni trapetsiya qoidasidan hisoblashdan boshlanadi. Yetakchi xato atamasi c_1h^2 Richardson ekstrapolyatsiyasi bilan yo'q qilinadi. (5.9) tenglamada $p = 2$ (yetakchi xato atamasidagi ko'rsatkich) dan foydalanib va natijani $R_{2,2}$ bilan belgilab, quyidagini hosil qilamiz.

$$R_{2,2} = \frac{2^2 R_{2,1} - R_{1,1}}{2^{2-1}} = \frac{4}{3} R_{2,1} - \frac{1}{3} R_{1,1} \quad (9)$$

Natijalarni forma massivida saqlash qulay

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Keyingi qadam $R_{3,1} = I_3$ (to'rtta panel) hisoblash $R_{2,1}$ va $R_{3,1}$ bilan Richardson ekstrapolyatsiyasini takrorlash va natijani $R_{3,2}$ sifatida saqlashdir:

$$R_{3,2} = \frac{4}{3} R_{3,1} - \frac{1}{3} R_{2,1} \quad (11)$$

R massivining hozirgacha hisoblangan elementlari

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ikkinchi ustunning ikkala elementida C_2h^4 ko‘rinishidagi xatolik mavjud, uni Richardson ekstrapolyatsiyasi bilan ham bartaraf etish mumkin. (5.9) tenglamada $p = 4$ dan foydalanib, biz quyidagi tenglamani olamiz.

$$R_{3,3} = \frac{2^4 R_{3,2} - R_{2,2}}{2^{4-1}} = \frac{16}{15} R_{3,2} - \frac{1}{15} R_{2,2} \quad (13)$$

Bu natijada $O(h^6)$ xatolik bor. Massiv hozirgacha kengaytirildi

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Boshqa hisob –kitoblardan so‘ng biz olamiz

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4} \end{bmatrix} \quad (15)$$

bu erda $R_{4,4}$ dagi xato $O(h^8)$ dir. Integralning eng aniq bahosi har doim massivning oxirgi diagonali elementi hisoblanadi. Bu jarayon ketma – ket ikkita diagonallar orasidagi farq yetarlicha kichik bo‘lguncha davom ettiriladi. Ushbu sxemada ishlatiladigan umumiy ekstrapolyatsiya formulasi

$$R_{i,j} = \frac{4^{j-1} R_{i,j-1} - R_{i-1,j-1}}{4^{j-1} - 1}, \quad i > 1, \quad j = 2,3,\dots,i \quad (16 a)$$

(16 a) tenglamaning rasmi ko‘rinishi quyida tasvirlangan.

$$\begin{array}{c} \boxed{R_{i-1,j-1}} \\ \searrow \\ \alpha \\ \boxed{R_{i,j-1}} \rightarrow \beta \rightarrow \boxed{R_{i,j}} \end{array} \quad (16 b)$$

α va β ko‘paytirgichlar j ga quyidagi tarzda bog‘liq bo‘ladi:

j	2	3	4	5	6	(16 c)
α	$-1/3$	$-1/15$	$-1/63$	$-1/255$	$-1/1023$	
β	$4/3$	$16/15$	$64/63$	$256/255$	$1024/1023$	

Uchburchak massiv qo‘lda hisoblash uchun qulay, ammo Romberg algoritmini kompyuterda amalga oshirish bir o‘lchovli R' massivda amalga oshirilishi mumkin. Birinchi ekstrapolyatsiyadan so‘ng (a) tenglamada $R_{1,1}$ boshqa hech qachon ishlatilmaydi, shuning uchun uni $R_{2,2}$ bilan almashtirish mumkin. Natijada, biz quyidagi massivga ega bo‘lamiz.

$$\begin{bmatrix} R'_1 = R_{2,2} \\ R'_2 = R_{2,1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

(b) va (c) tenglamalar bilan aniqlangan ikkinchi ekstrapolyatsiya bosqichida $R_{3,2}$, $R_{2,1}$ ning o‘rniga yoziladi va $R_{3,3}$, $R_{2,2}$ ning o‘rnini egallaydi, shunday qilib, massiv (1.49) va boshqalarni o‘z ichiga oladi.

$$\begin{bmatrix} R'_1 = R_{3,3} \\ R'_2 = R_{3,2} \\ R'_3 = R_{3,1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Shu tarzda, R'_j har doim eng yaxshi joriy natijani o‘z ichiga oladi. K – raund uchun ekstrapolyatsiya formulasi quyidagicha bo‘ladi.

$$R'_j = \frac{4^{k-j} R'_{j+1} - R'_j}{4^{k-j} - 1}, \quad j = k - 1, k - 2, \dots, 1 \quad (19)$$

▪ **romberg**

Romberg integrallash algoritmi romberg funksiyasida amalga oshiriladi. U integralni va ishlatilgan panellar sonini qaytaradi. Richardsonning ekstrapolyatsiyasi Richardson subfunksiyasi tomonidan amalga oshiriladi.

romberg moduli

“ I, nPanels = romberg (f,a,b,tol =1.0e -6).

f(x) ning x = a dan b gacha bo‘lgan Romberg integrallashi.

Integral va ishlatiladigan panellar sonini qaytaradi.

““

```
trapezoid importdan numpy ni
np sifatida import qilish *
def romberg(f,a,b,tol=1.0e -6):
def richardson(r,k):
for j in range(k -1,0, -1):
const = 4.0**(k -j)
r[j] = (const*r[j+1] - r[j])/(const - 1.0)
return r
r = np.zeros(21)
r[1] = trapezoid(f,a,b,0.0,1)
r_old = r[1]
for k in range(2,21):
r[k] = trapezoid(f,a,b,r[k -1],k)
r = richardson(r,k)
if abs(r[1] -r_old) < tol*max(abs(r[1]),1.0):
return r[1],2**(k -1)
r_old = r[1]
print("Romberg kvadraturasi yaqinlashmadi.")
```

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI: (REFERENCES)

1. Karimov, Feruz. "ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH." ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu.uz) 14.14 (2022).
2. Инагамов С.Я., Асроров У.А., Журакулов С.// Новый состав мазевой основы для мягких стбенных преваратов с пролонгировонными действиями. // Сборник материалов IX Всероссийкой научнопрактической конференция с междинародным участием, 25 ноября 2022г.
3. Исраилов М.И., Эшдавлатов Б. Построение квадратурных формул для интегралов типа Фурье с помощью метода изоляции главной части. В кн. Вырожденные дифференциальные уравнения и обратные задачи. – Ташкент, Фан, 1986, 298, -С. 259-287.
4. Турсунов, Баходир Джунайдуллаевич; Суннатов, Жахонгир Бахтиёрович; ,Совершенствование технологии вторичного дробления безвзрывным

методом, Молодой ученый, 13, 97-100, 2017, Общество с ограниченной ответственностью Издательство Молодой ученый

5. S.Z.Jo‘raqulov, S.Y.Inog‘omov // Natriy karboksimetiltselyuloza va poliakrilamid asosida interpolimer kompleks plyonkalarini olish. // Zarafshon vohasini kompleks innovatsion rivojlantirish yutuqlari, muommolarini va istiqbollari xalqaro ilmiy-amaliy anjumani materiallari. // 27-28 octaber 2022

6. Шадиметов Х.М., Хаётов А.Р. Вычисление коэффициентов оптимальных квадратурных формул в пространстве $W_2^{(m,m-1)}(0,1)$ // Узбекский математический журнал, 2004, №3, -С.80-98.