# ALGEBRA DARSLARIDA KOMPLEKS TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLARNI GEOGEBRA DASTURI YORDAMIDA O‘RGATISH

**Normuhamedova Dilrabo Baxtiyor qizi**
Toshkent Davlat Pedagogika Universiteti Aniq va tabiy fanlarni o‘qitish metodikasi(matematika) 2-kurs magistranti.
E-mail: normuhamedovadilrabo1994@gmail.com

## ANNOTATSIYA

Maqolada kompleks sonlar, ular ustida amallar, kompleks sondan ildiz chiqarish, kompleks tenglama va tengsizliklar, algebra darslarini zamonaviy pedagogik vositalar orqali tashkil etish bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan. Ta’limning yangi sifat darajasiga o‘tish omillari ko‘rsatilgan bo‘lib, o‘qitishning yangi innovatsion texnologiyalari, xususan, GeoGebra dasturi haqida fikr yuritilgan**.**

**Kalit so‘zlar.** Kompleks son, o‘zaro qo‘shma kompleks sonlar, kompleks son moduli, kompleks tekislik, mavhum o‘q, kompleks son argumenti, kompleks sonning trigonametrik shakli, Muavr formulasi, $n-$ darajali ildizlar, geogebra.

## KIRISH

Kunimizda darslarni tashkil qilish, ayniqsa algebra darslarini tashkil qilishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar va vositalardan foydalanish juda muhim rol o‘ynaydi. Kompleks tenglamalar va tengsizliklar mavzusida o‘quvchilar eng avvalo kompleks sonlar qanday sonlar ekanligini, uning koordinatalar sistemasidagi tasvirini bilishlari va uning ko‘rinishi haqida tasavvurga ega bo‘lishlari lozim.

O‘tilayotgan dars o‘quvchilarga turli bilimlarni berishi, o‘qituvchi dars davomida o‘quvchilarning bilimga qiziqishlarini yanada oshirishi, dars o‘quvchilarning aqliy faoliyatini faollashtirishi, o‘quvchilar o‘zlarining ijodiy qobiliyatlarini namoyon etishi, fikrlash qobiliyatini rivojlantirishi va tasavvurlarini kengaytirishi zarur.

Kompleks sonlar bilan bog‘liq tushunchalarni keltiramiz.

$C=\{a+bi/a\,,b\in R\}$ to‘plamni qaraylik. $C$ da

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i;$$

$$(a+bi)\cdot c+di=(ac-bd)+(ad+bc)i;$$

$-(a+bi)=(-a)+(-b)i$ tengliklar orqali qo‘shish, ko‘paytirish, qarama-qarshisini olish amallarini aniqlaymiz.

Ixtiyoriy $a+bi\neq 0$ element uchun *teskari element*

$$(a+bi)^{-1}=\frac{a}{a^2+b^2}-\frac{b}{a^2+b^2}i$$

formula bilan aniqlanadi.

Kompleks sonlar maydonining har qanday maydonostisi *sonli maydon* deyiladi.

$z=a+bi$ kompleks son uchun $z=a-bi$ *qo'shma kompleks son* deyiladi.

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ son $a+bi$ $(a,b\in R)$ kompleks *sonning moduli* deyiladi.

Har bir $a+bi$ kompleks songa tekislikda $(a,b)$ nuqtani mos qo'ysak, bu nuqta kompleks sonning *geometrik tasviri* deyiladi.

Bu nuqtani koordinatalar boshi bilan tutashtirsak, boshi koordinatalar boshida, uchi esa $(a,b)$ koordinatali nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{OA}$ vektor hosil bo'ladi. Bu vektorning uzunligi esa $a+bi$ kompleks sonning moduliga tengligi ayon.

Har bir $bi$ kompleks songa $Oy$ o'qida $(0,b)$ nuqta mos keladi.Bu o'qni *mavhum o'q* deb ataymiz. $Ox$ o'qni *haqiqiy o'q* deymiz.

$OA$ vektorning $Ox$ o'qi musbat yo'nalishning soat mili qarama-qarshi yo'nalishida hosil qilgan $\varphi_0$ burchagi $a+bi$ kompleks sonning *boshlang'ich argumenti* deyiladi.

$a+bi$ kompleks son berilgan bo'lib, $r$ uning moduli $\varphi$ esa argumenti bo'lsin. U holda $b=r\sin\varphi,\ a=r\cos\varphi$ tenglikni yozishimiz mumkin. Demak, $a+bi=r(\cos\varphi+\mathrm{i}\sin\varphi)$ tenglik o'rinli.

Bu esa kompleks sonning *trigonometrik ko'rinishi* deyiladi.

**Ikki hadli tenglamalar.** Ikki hadli tenglamalarning umumiy ko'rinishi

$u_n-a=0$ (1)

dan iborat bo'lib, bunda $a$ –noldan farqli ixtiyoriy kompleks son. Bu tenglamani istalgan $\sqrt[n]{a}$ ildiz qanoatlantiradi: $(\sqrt[n]{a})^n-a=a-a=0$. Demak, (1) tenglamaning $n$ ta har xil ildizi mavjud. Ular

$$u_k=\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{r(\cos\varphi+\mathrm{i}\sin\varphi)}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right)\ (k=\overline{1,n-1})$$

formula yordamida topiladi.

$x^n-1=0$ (2)

tenglamani qaraylik. Bu tenglama ushbu $n$ ta har xil ildizga ega:

$$x_k=\sqrt[n]{1}\left(\cos\frac{2\pi k}{n}+i\sin\frac{2\pi k}{n}\right)(k=\overline{1,n}) \qquad (3)$$

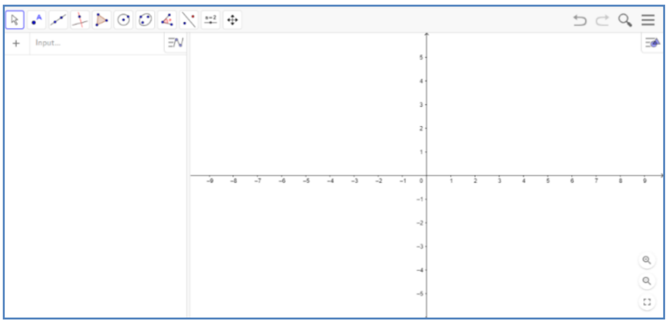
(1) tenglamaning bitta tayin $u_k$ ildizini (2) tenglamaning hamma $n$ ta $x_1,x_2,\dots,x_n$ ildiziga ko'paytirsak, (1) ning hamma $n$ ta ildizlari hosil bo'ladi. Chunki, $u_k\cdot x_i$ son (1) ni qanoatlantiradi, ya'ni $(u_k\cdot x_i)^n-a=0$. Demak, (1) tenglamaning barcha yechimlarini topish uchun uning birorta yechimini topib, uni 1 ning barcha $n-$ darajali ildizlariga ketma-ket ko'paytirish kifoya ekan.

**Kompleks tenglama va tengsizliklar yechimlarini tasvirlash.** Kompleks sonlar qatnashgan tenglama va tengsizliklar yechimlari to‘plamini Dekart koordinatalar sistemasida tasvirlash mumkin.

Fan va texnikaning rivojlanishi natijasida ko‘plab dasturlar yatarilmoqda. Matematika sohasida yaratilgan ana shunday dasturlardan biri GeoGebra dasturidir.

**GeoGebra dasturi**. Bu dastur maktablar va universitetlarda matematik ta’lim uchun geometriya, algebra va hisob-kitoblarni birlashtirgan dasturiy ta’minot. Dastur bir-biri bilan harakatda bog‘langan grafik, algebraik, jadval ko‘rinishdagi ma’lumotlarni tasvirlash imkonini beradi. U tijorat maqsadlarida bo‘lmagan foydalanuvchilar uchun bepul taqdim etiladi. GeoGebra dasturi geometriyada nuqtalar, chiziqlar, barcha konus kesimlari, vektorlar, parametrik egri chiziqlar, joylashuv chiziqlarini yasashda kengroq foydalanilsa, algebrada esa tengsizliklarni to‘g‘ridan-to‘g‘ri kiritish, yopiq polinomlar, chiziqli va kvadrat tenglamalar, raqamlar, nuqta va vektorlar bilan hisob-kitoblarni bajarish imkoniyati bo‘lsa, hisoblashga oidi funksiyalarni to‘g‘ridan-to‘g‘ri kiritish (shu jumladan qismlar tomonidan belgilangan); funksiyalarning kesishishi va ildizlari; ramziy hosilalar va integrallar (o‘rnatilgan CAS); parametr sifatida slayderlar qilishda kompyuter texnologiyasidan keng foydalansa bo‘ladi. Ushbu dasturning davomiyligiga keladigan bo‘lsak, ob’ektlarga sakrab tushmaslik uchun evristik “yaqinlashish” dan foydalanadi.

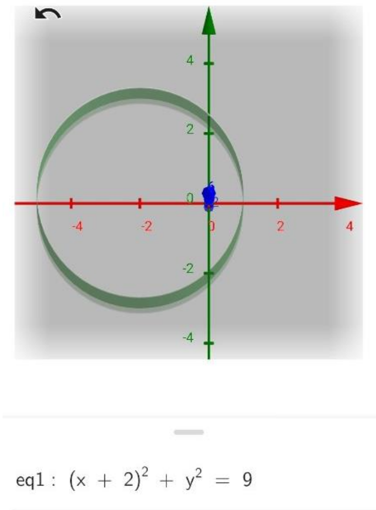
Geogebra dasturining interfeysi quyidagi rasmda ko‘rsatib o‘tilgan bo‘lib, unda tekislikda balki, fazoviy figuralar chizishning imkonini beradi va ularning tenglamalari, yuzalari va shu kabi ko‘plab noma’lumlarini topib chizishga yordam beradi.

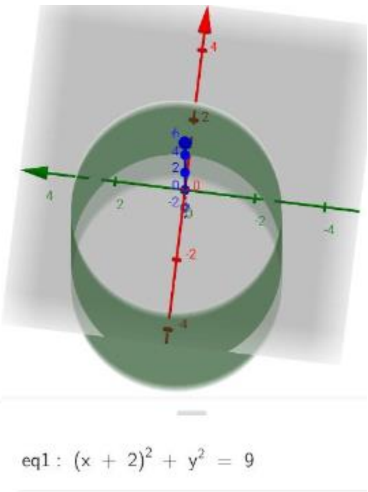


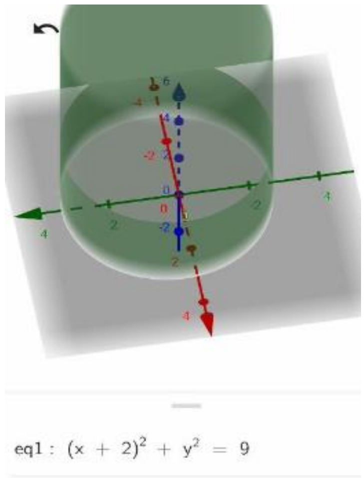
Keling endi shu dastur orqali kompleks tenglama tengsizliklar yechimlari to‘plami tasvirini ko‘raylik.

***1-misol.*** $|z+2|=3$ tenglamani yechimlar to‘plamini toping.

*Yechish:* $|z+2|=|x+yi+2|=|(x+2)+yi|$, bunda ta’rifga ko‘ra $|(x+2)+yi|=\sqrt{(x+2)^2+y^2}$. Bundan $(x+2)^2+y^2=9$ kelib chiqadi. Bu koordinatalar sistemasida uchi $(-2;0)$ va radiusi 3 ga teng aylanani ifodalaydi.

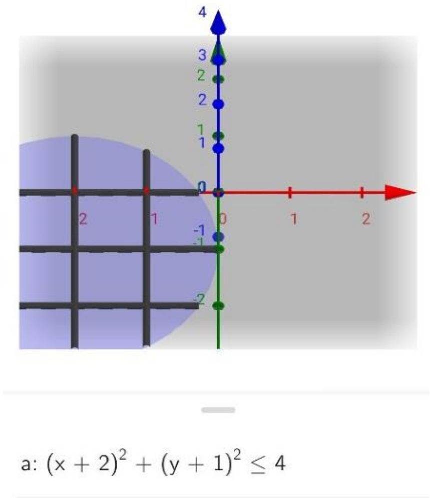


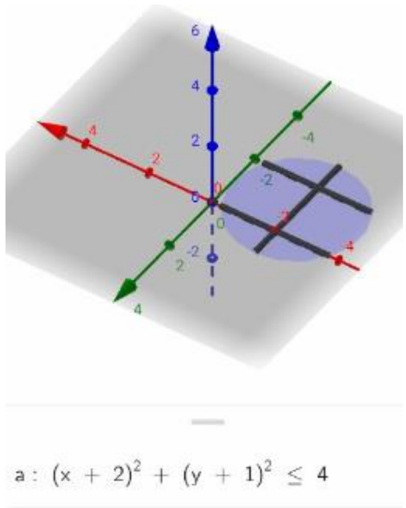



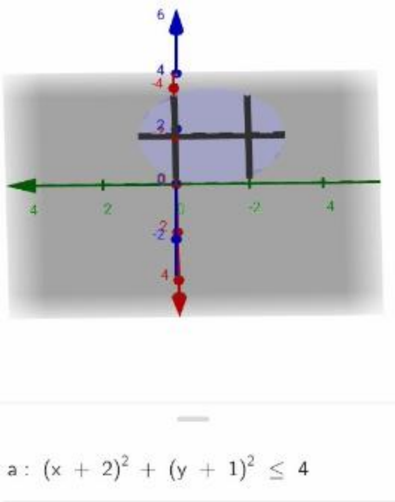




***2-misol.*** $|z + i + 2| \leq 2$ tengsizlikning yechimlar to‘plamini tasvirlang.

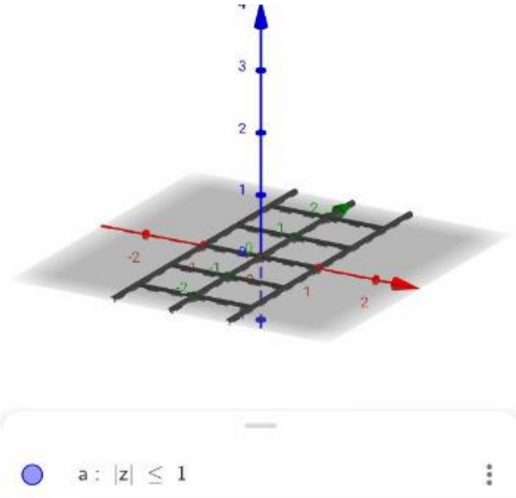
*Yechish.* $|z + i + 2| = |x + iy + i + 2| = |(x + 2) + i(y + 1)| = \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} \leq 2$, bundan $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4$ kelib chiqadi. Endi buni GeoGebra dasturiga yozib tasvirini yasaymiz.

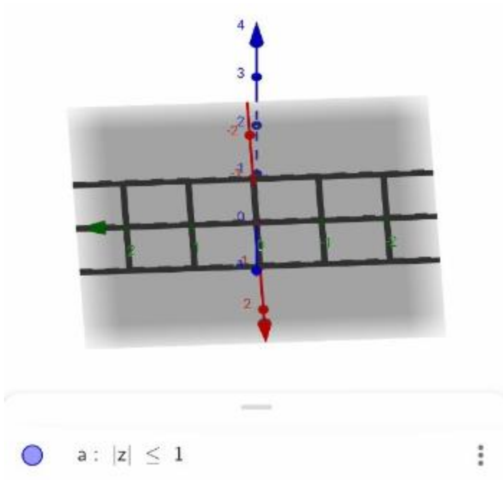


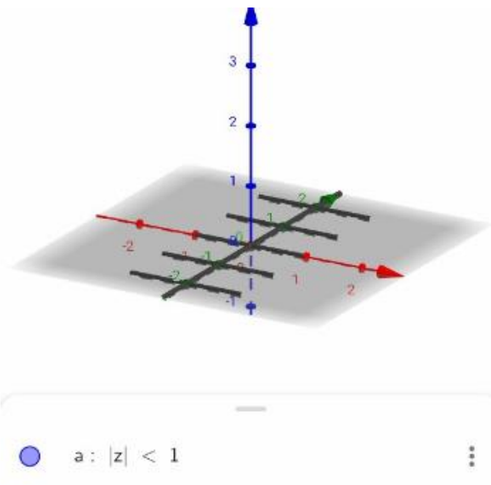



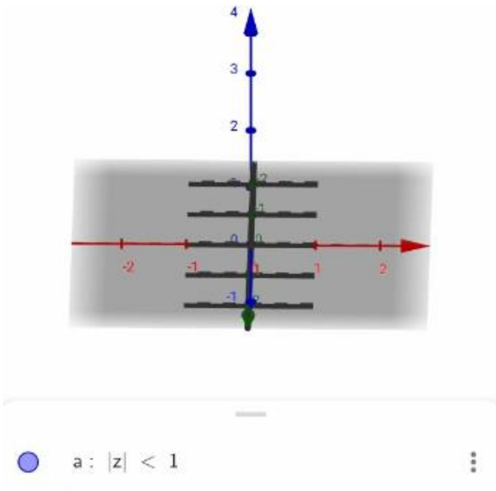
***3-misol.*** $|z| \leq 1$ tengsizlikni geogebra dasturida tasvirlaylik:




Agar $|z| < 1$ bo‘ladigan bo‘lsa, uning tasviri quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

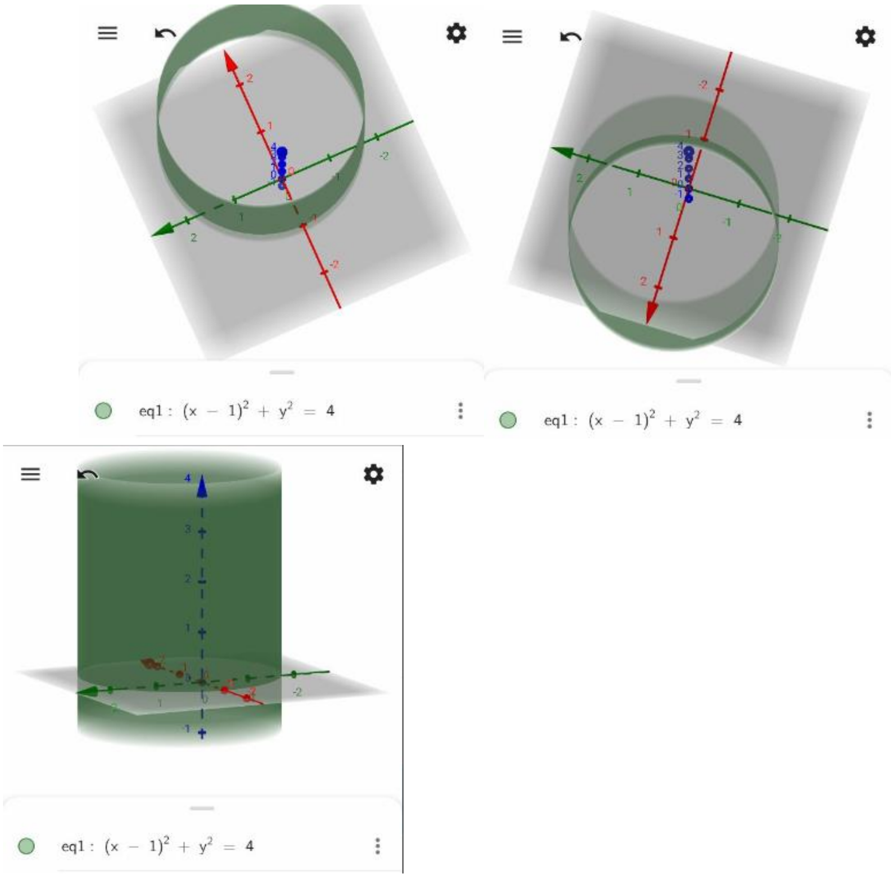



***4-misol.*** $|z-1| = 2$ tenglamani yechimlarini tasvirlaylik. Oldin buning yechimlar to‘plamini topib olamiz.

$|z-1| = |x+yi-1| = |(x-1)+yi| = \sqrt{(x-1)^2+y^2}$ , bunda

$(x-1)^2+y^2=4$, ya’ni markazi $(1;0)$ nuqtada va radiusi 2 ga teng aylana ekan.




Bu yerda yechimlar to‘plamining turli tomonlardagi tasvirlarini ko‘ramiz.

**XULOSA**

Dars jarayonlarida algebra va informatikani birgalikda qo‘llab GeoGebra dasturi orqali o‘quvchilarda mavzuni yangicha metod va axborot texnologiya vositalari orqali tushuntiradigan bo‘lsak, talabalarning fanga bo‘lgan qiziqishlari ortadi, zamonaviy pedagogik texnologiyalarni o‘rganadi, fikrlash qobiliyati va tasavvur olami kengayadi. Dars jarayonida faol ishtirok etadi.

Vatanimizni dunyoda mavqeyini oshirish maqsadida, ta’lim jarayoniga yangicha yondoshuvli darslarni tashkil qilish maqsadga moviq bo‘ladi.

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI: (REFERENCES)**

1. Ayupov Sh.A., Omirov B.A., Xudoyberdiyev A.X., Haydarov F.H. ”Algebra va sonlar nazariyasi “-T: Toshkent. Tafakkur bo‘stoni nashriyoti 2019 y.

2. Yunusov A.S., Yunusova D.I. “Algebra va sonlar nazariyasi” III-qism. Toshkent-2006 y.

3. Kulikov L.Ya. Algebra i teoriya chisel. M., Visshaya shkola. 1979 g.

4. Yunusov A.S., Yunusova D.I. Algebra va sonlar nazariyasidan modul texnologiyasi asosida tayyorlangan nazorat topshiriqlari to‘plami. TDPU. 2004.