ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАНИ ТАҚРИБИЙ ҚИЙМАТИНИ ТОПИШНИНГ ЭЙЛЕР УСУЛИ ВА УНИНГ ДАСТУРИЙ ТАЬМИНОТИ

Жалолиддин Алишер ўғли Нуркулов

Гулистон давлат университети

e-mail: jaloliddinnurqulov@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Аннотация: Ушбу мақоланинг мазмуни, моҳияти шундан иборатки, берилган оддий дифференциал тенгламани тақрибий қийматини топишда, қўйилган масалани сонли ечишнинг математик модели ва дастурий таьминот структураси қаралган.Ушбу дастурий таьминот турли хил кўринишдаги оддий дифференциал тенгламани тақрибий қийматини топишдаги ноқулайликларни бартараф этишга кўмаклашади.

Калит сўзлар: Дифференциал, Коши масаласи, хусусий ҳосила, тақрибий, модел, дастур, алгоритм.

Annotation: The essence of this article is that in finding the approximate value of a given simple differential equation, the mathematical model of numerical solution of the problem and the structure of the software are considered.

Keywords: Differential, Cauchy problem, special product, approximate, model, program, algorithm.

КИРИШ

Маълумки, кўпинча амалий масалаларни ечишда, дастлаб унинг математик модели физик, механик, кимёвий ва бошқа қонуниятлар асосида тузилади.Математик модел асосан алгебраик, дифференциал, интеграл ва бошқа тенгламалардан иборат бўлади. Оддий дифференциал тенгламалар эса жуда кўп муҳандислик масалаларини ечишда учрайди. Демак, дифференциал тенгламаларнинг маълум шартларни қаноатлантирувчи ечимларини топиш катта аҳамиятга эга.

Дифференциал тенгламалар иккита асосий синфга бўлинади: оддий дифференциал тенгламалар ва хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенламаларга кейинроқ батафсил тўхталамиз.

Оддий дифференциал тенгламаларда фақат бир ўзгарувчига боғлиқ функция ва унинг ҳосилалари қатнашади, яъни

$$f(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

(1) тенгламада қатнашувчи ҳосилаларнинг энг юқори тартиби дифференциал тенгламаларнинг тартиби дейилади. Агар тенглама изланувчи функция ва унинг ҳосилаларига нисбатан чизиқли бўлса, унга чизиқли дифференциал тенглама дейилади.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Дифференциал тенгламанинг умумий ечими деб, уни айниятга айлантирувчи ва n та $c_1, c_2, c_3, ..., c_n$ ўзгармасларга боғлиқ ихтиёрий функцияга айтилади. Масалан (1) тенгламанинг умумий ечими $y = \varphi(x, c_1, c_2, ..., c_n)$ кўринишдаги функциялардан иборат. Агар $c_1, c_2, ..., c_n$ ўзгармасларга муайян қийматлар берилса, умумий ечимдан хусусий ечим ҳосил қилинади. Хусусий ечимни топиш учун $c_1, c_2, ..., c_n$ ўзгармасларнинг мос қийматларини аниқлаш лозим. Бунинг учун эса ечимни қаноатлантирувчи қўшимча шартларга эга бўлишимиз керак. Агар дифференциал тенглама n-тартибли бўлса, ягона хусусий ечимни топиш учун худди шунча қўшимча шартлар керак. Хусусан, 1-тартибли тенглама ($F(x, y, y') = 0$) нинг умумий ечими $y = \varphi(x, c)$ даги с ўзгармасни топиш учун 1 та қўшимча шартнинг берилиши кифоя.

Қўшимча шартлар берилишига кўра дифференциал тенгламалар учун 2 хил масала қўйилади:

1) Коши масаласи;

2) Чегаравий масала.

Агар қўшимча шартлар битта нуқтада берилса, дифференциал тенгламани ечиш учун қўйилган масала Коши масаласи дейилади. Коши масаласидаги қўшимча шартлар бошланғич шартлар, нуқта эса бошланғич нуқта деб аталади. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишнинг чизма, аналитик, тақрибий ва сонли ечиш усуллари мавжуд.

Аналитик усулларда дифференциал тенгламанинг ечимлари аниқ формулалар орқали аниқланади.

Тақрибий усулларда дифференциал тенглама ва қўшимча шартлар у ёки бу даражада соддалаштирилиб, масала осонроқ масалага келтирилади.

Сонли усулларда эса ечим аналитик шаклда эмас, балки сонлар жадвали кўринишида олинади. Албатта бунда дифференциал тенгламалар олдин дискрет тенгламалар билан алмаштириб олинади. Натижада сонли усуллар воситасида олинган ечим ҳам тақрибий бўлади.

Умуман олганда, оддий дифференциал тенгламаларнинг ечимларини аналитик усул ёрдамида топиш имкони жуда кам бўлганлиги учун, амалда кўпинча уларни сонли усуллар ёрдамида тақрибий ҳисобланади.

НАТИЖАЛАР

Эйлер усули. Фараз қилайлик $y = y(x)$ ечим иккинчи тартибли узлуксиз ҳосилаларга ега бўлсин, ёки $f = f(x,\ t)$ функция биринчи тартибли ҳосилаларга эга бўлсин. У ҳолда Тейлор формуласига асосан

$$u(x+h) = u(x) + u'(x)h + u''(x+c_1)h^2/2, \quad 0 < c_1 < h$$

Демак, $u' = f(x,u)$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$u(x+h) = u(x) + hf(x,u) + 0(h^2)$$

муносабатга келамиз. $\mathrm{x} = \mathrm{x_i}, \quad \mathrm{x_{i+1}} = \mathrm{x_i} + \mathrm{h}$ десак

$$u(x_{i+1}) = u(x_i) + hf(x_i, u_i) + 0(h^2), \quad i = 0,1,....$$

Бу муносабатда ноъмалум чексиз кичик $0(\mathrm{h}^2)$ миқдор бор. Уни ташлаб юбориб

$$u_{i+1} = u_i + hf(x_i, u_i), \quad i = 0,1,....,n-1. \qquad (2)$$

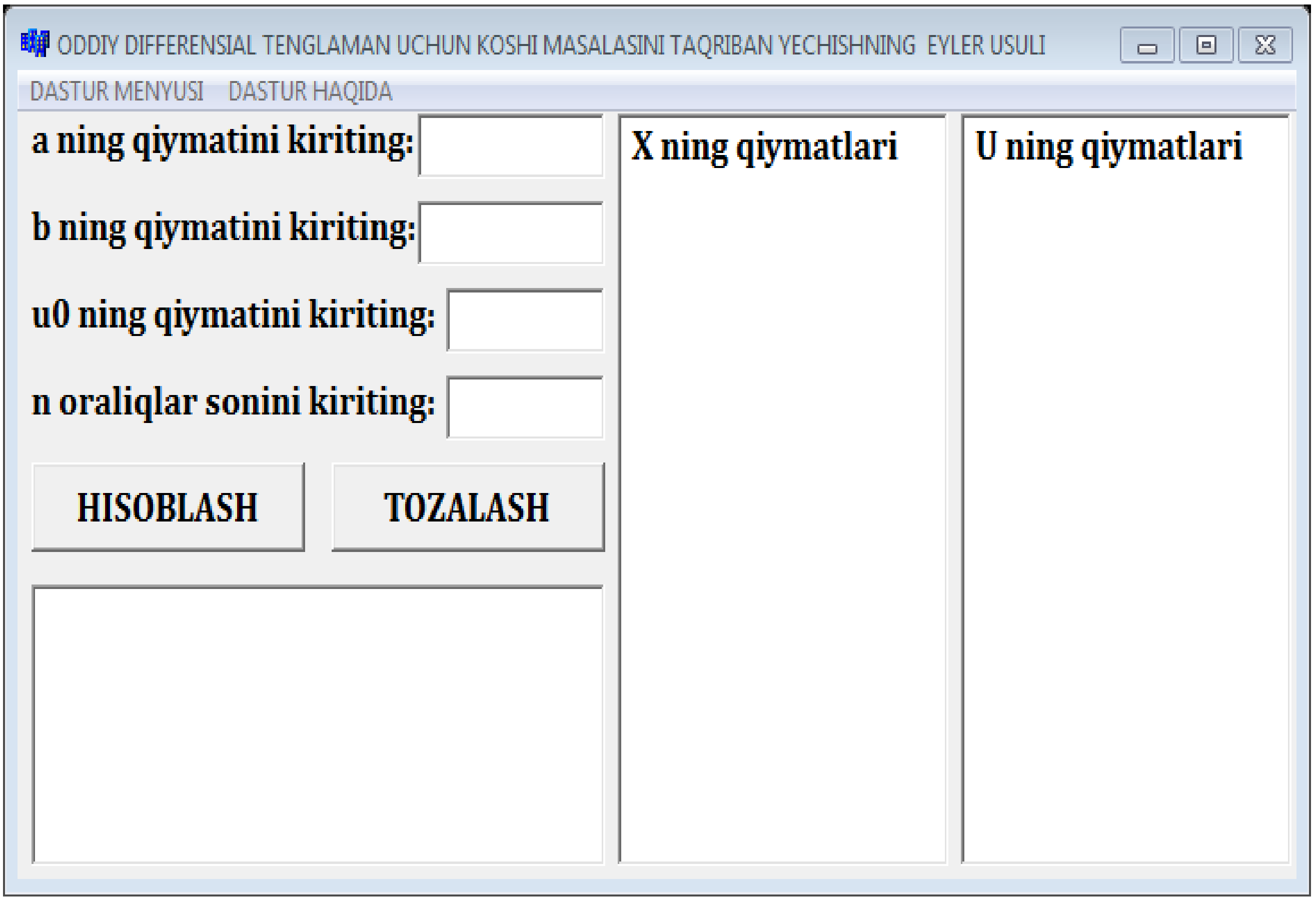
муносабатларга келамиз, бу ерда u_i сонлар (2) реккурент формула ечими, равшанки, $\mathrm{u_i} \neq u(x_i)$, яъни u_i лар $u(x_i)$ ларнинг тақрибий қийматлари топилади.

Эйлер усулининг тадбиқини аниқ келтирилган мисол асосида тақрибий қийматини юқорида келтирилган қонуният асосида топиш масаласини кўриб чиқамиз.

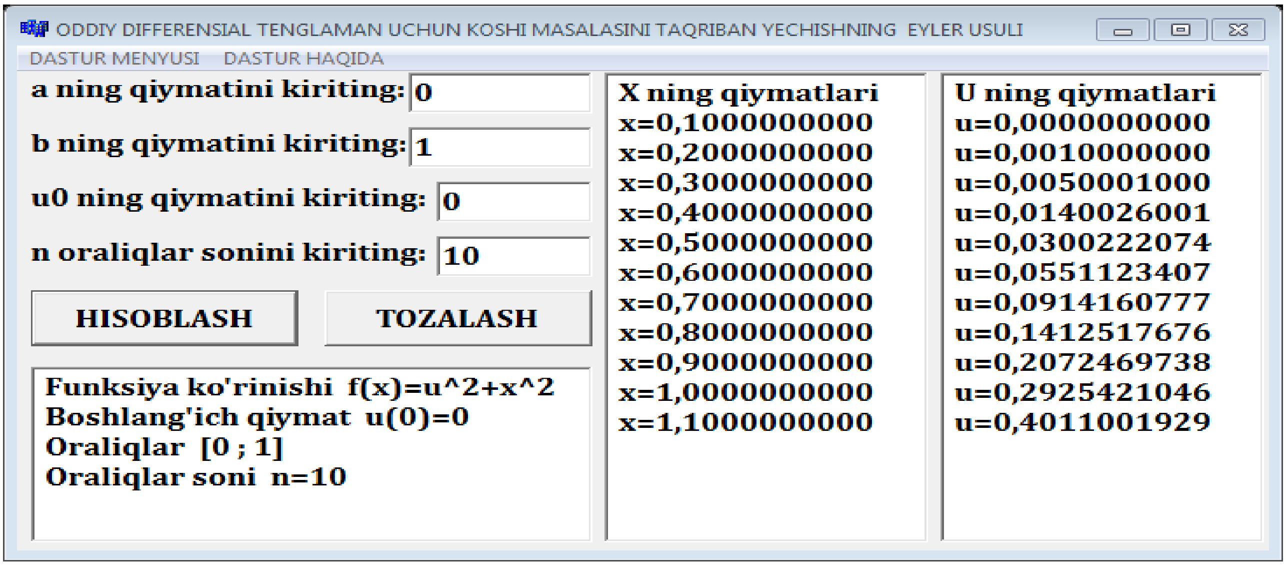
МУҲОКАМА

Масала шарти $f(x) = x^2 + u^2,\ u(0) = 0,\ n = 10.$ ушбу берилган оддий дифференциал тенгламаларнинг ечимларини юқорида келтирилган қонуният асосида математик моделини ва алгоритимини тузамиз.Тузилган алгоритм асосида дастурий таьминотни яратамиз.

Дастурни яратишда C++ Builder 6 дастурлаш тилидан фойдаланилган. Дастурни ишга тушириш билан экранда асосий форма пайдо бўлади ва унинг кўриниши қуйидагича:



1-расм. Дастур интерфейси



2-расм. Киритилган константалар ёрдамида функциянинг тақрибий қийматлари

ХУЛОСА

Хулоса ўрнида шуни айтиш лозимки, келтирилган формулулар асосида математик модел қурилган.Қурилган математик модел асосида алгоритм яратилган.Ушбу алгоритм асосида оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини Эйлер усулида ечиш масалси кщрилди.Масалани сонли ечиш учун дастурий таъминот ёрдамида берилган константалар орқали тақрибий натижалар олинган.Умуман олганда, оддий дифференциал тенгламаларнинг ечимларини аналитик усул ёрдамида топиш имкони жуда кам бўлганлиги учун амалда кўпинча уларни сонли усуллар ёрдамида тақрибий ечиш оммавийлашган.Масалани сонли ечиш учун яратилган дастурий таъминот ёрдамида шу каби оддий дифференциал тенгламаларни онсон ва тез тақрибий ечимини топиш мумкин.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Бахвалов Н.С. и др. «Численные методы». Москва. Наука 1987.
2. Исроилов М. «Ҳисоблаш усуллари» Тошкент. «Иқтисод-молия». 2008.
3. Глушаков С.В., Ковал А.В., Смирнов С.В. Язык программирование С++: Учебной курс // Харков: Фолио; М.: ООО «Издателство АСТ», 2001.
4. Култин Н.Б. С++ Builder в задачах и примерах.-СП б.: БХВ-Петербург, 2005.-336 с.

REFERENCES

1. Бахвалов Н.С. и др. «Численные методы». Москва. Наука 1987.
2. Исроилов М. «Ҳисоблаш усуллари» Тошкент. «Иқтисод-молия». 2008.
3. Глушаков С.В., Ковал А.В., Смирнов С.В. Язык программирование С++: Учебной курс // Харков: Фолио; М.: ООО «Издателство АСТ», 2001.
4. Култин Н.Б. С++ Builder в задачах и примерах.-СП б.: БХВ-Петербург, 2005.-336 с.