

КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО-ПОДКРЕПЛЕННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Алмуратов Шавкат Нарпулатович

доцент UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGIES. Узбекистан.

E-mail: al_shavkat@mail.ru

Жураев Шухрат Исроилович

Доцент. Бухарского Государственного Университета.

АННОТАЦИЯ

В работе с помощью вариационного принципа исследуются колебания тонкой продольно подкрепленной сферической оболочки при динамическом взаимодействии с наполнителем, при осевом сжатии и с учетом трения в контакте. Построены зависимости частоты собственных колебаний от волнообразования в окружном направлении с учетом трения в контакте между оболочкой и наполнителем.

Ключевые слова: оболочка, колебание, модуль упругости, деформация, полная энергия, коэффициент трения

ВВЕДЕНИЕ

В различных отраслях машиностроения широко применяются сферические оболочки с различными наполнителями. Это в свою очередь требует более полного учета характеристик материалов и конструкций с целью рационального конструирования и проведения надежных расчетов на прочность. Для более достоверного описания несущей способности конструкции целесообразно учитывать силы внешнего воздействия со стороны наполнителя. Одним из таких воздействий является его контакт с упругой средой. Силы внешнего воздействия со стороны наполнителя по сути являются поверхностными силами и обусловлены контактом между оболочкой и упругим наполнителем. Контакт носит сложный характер и зависит от разных факторов: механических параметров наполнителя, поверхности оболочки и т.д. Одним из основных факторов являются силы трения, обусловленные взаимодействием оболочки с

заполнителем. Решение такого типа задач связано с целым рядом математических сложностей, усугубляемых необходимостью учета динамических эффектов в задачах сейсмостойкости, вибрации и др., часто встречающихся в технических расчетах и моделировании. Таким образом налицо актуальность разработки приближенных методов для такого рода расчетов, каковым и является в частности рассматриваемый в данной статье вариационный метод. Это объясняется также и тем, что метод позволяет выработать непротиворечивые приближенные принципы теории тонкостенных конструкций типа оболочек и стержней.

Отметим, что описанные в научной литературе решения относятся преимущественно к подкрепленной сферической оболочке без заполнителя [1]. Колебания гладких сферических оболочек с заполнителем достаточно полно исследованы в работах [2-8]. В работе [4] исследованы колебания сферических оболочек, усиленных продольными ребрами и заполненных упругой средой.

Постановка задачи. Данная статья посвящена исследованию свободных колебаний сферических оболочек с заполнителем, усиленных дискретно распределенными продольными системами ребер при осевом сжатии и с учетом трения между оболочкой и заполнителем. Проведен анализ влияния параметров внешней среды на параметры частоты собственных колебаний системы.

Задача решена энергетическим способом. Потенциальная энергия оболочки, нагруженной осевыми сжимающими силами, имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right)^2 + 2(1-\nu) \frac{\partial u}{\partial \xi} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right\} d\xi d\theta + \frac{Eh}{24(1-\nu^2)R^2} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 - \\ & - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi d\theta + \quad (1) \\ & + \frac{E_c}{2R} \sum_{l=1}^k \int_0^{\xi_1} \left[F_c \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{h_c}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{I_{yc}}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{G_c}{E_c} I_{kp.c} \times \frac{G_c}{E_c} I_{kp.c} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi - \\ & - \frac{\sigma_x h}{2} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 d\xi d\theta - \frac{\sigma_x F_c}{2R} \sum_{i=1}^k \int_0^{\xi_1} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 \Big|_{\theta=\theta_i} d\xi \end{aligned}$$

здесь $\xi_1 = \frac{L}{R}$, $\xi = \frac{x}{R}$, $\theta = \frac{y}{R}$; x, y, z - координаты, E_c, G_c - модули упругости и сдвига материала продольных ребер, k – количество продольных ребер, σ_x - осевые сжимающие напряжения, u, v, w - компоненты вектора перемещений оболочки, h и R – толщина и радиус оболочки, соответственно, E, ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки, $F_c, I_{yc}, I_{kp,c}$ - соответственно, площади и моменты инерции поперечного сечения продольного стержня относительно оси OX и OZ , а также момент инерции при кручении.

Кинетическая энергия оболочки такова:

$$K = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t_1} \right)^2 \right] d\xi d\theta + \frac{\overline{\rho_c} E_c F_c}{2R(1-\nu^2)} \sum_{i=1}^{k_1} \int_0^{\xi_1} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t_1} \right)^2 \right]_{\theta=\theta_i} d\xi \quad (2)$$

здесь $\overline{\rho_c} = \frac{\rho_c}{\rho_0}$, где ρ_0, ρ_c - плотности материалов оболочки и продольного стержня соответственно, $\theta_i = \frac{2\pi}{k_1} i$.

Взаимодействие заполнителя с оболочкой представляется как поверхностная нагрузка, приложенная к оболочке, которая совершает работу на перемещениях поверхности контакта при переводе системы из деформированного состояния в начальное недеформированное.

$$A_0 = - \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} (q_x u + q_\theta v + q_z w) d\xi d\theta + \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} f q_z (u + v) d\xi d\theta \quad (3)$$

где q_x, q_θ, q_z - давления со стороны заполнителя на оболочку, f – коэффициент трения.

Полная энергия системы такова:

$$П = \mathcal{E} + K + A_0 \quad (4)$$

Уравнение движения среды в векторной форме имеет вид [2,3]:

$$a_e^2 \text{grad div } \vec{S} - a_t^2 \text{rot rot } \vec{S} + \omega^2 \vec{S} = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq r \leq R \quad (5)$$

где $a_t^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho$, $a_e^2 = \mu / \rho$, а a_t, a_e - скорости распространения продольных и поперечных волн в заполнителе соответственно; $S = S(S_x, S_\theta, S_z)$ - вектор перемещения; λ, μ - коэффициенты Ламе. К системам уравнений

движения среды (5) прибавляются контактные условия. Предполагается, что контакт между оболочкой и заполнителем жесткий, т.е. при $r = R$:

$$u = S_x; v = S_\theta; w = S_z \quad (6)$$

$$q_x = -\sigma_{rx}, q_y = -\sigma_{r\theta}, q_z = -\sigma_{rz}, w = S_r \quad (7)$$

Компоненты $\sigma_{rx}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{rz}$ - тензоры напряжений определяются следующим образом [2,3]:

$$\sigma_{rx} = \mu_s \left(\frac{\partial S_x}{\partial r} + \frac{\partial S_r}{\partial x} \right); \quad \sigma_{r\theta} = \mu_s \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial S_r}{\partial \theta} \right], \quad (8)$$

$$\sigma_{rz} = \lambda_s \left(\frac{\partial S_r}{\partial x} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{S_r}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial S_\theta}{\partial \theta} \right) + 2\mu_s \frac{\partial S_r}{r}$$

λ_s, μ_s - коэффициенты Ламе для среды.

Дополняя контактными условиями (6) и (7) уравнения движения заполнителя (5), приходим к контактной задаче о колебаниях сферической оболочки, подкрепленной перекрестными системами ребер, заполненной средой. Другими словами, задача о колебаниях подкрепленных перекрестными системами ребер сферической оболочки с заполнителем при осевом сжатии сводится к совместному интегрированию уравнений теории оболочек и уравнений движения заполнителя при выполнении указанных условий на поверхности их контакта.

Метод решения. Далее будут рассматриваться оболочки, края которых шарнирно оперты. Компоненты вектора перемещений таких оболочек ищем в виде:

$$u = A \cos kx \cos n\varphi \exp(i\omega_1 t_1),$$

$$v = B \sin kx \sin n\varphi \exp(i\omega_1 t_1), \quad (9)$$

$$w = C \sin kx \cos n\varphi \exp(i\omega_1 t_1)$$

где, А, В, С – неизвестные постоянные; $k = \frac{m\pi}{L}$ ($m = 1, 2, \dots$), m, n - волновые числа в продольном и окружном направлениях, соответственно, L - длина оболочки,

$$\omega_1 = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad t_1 = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho_0 R^2}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{(1-\nu^2)\rho_0 R^2 \omega^2}{E}}$$

При равных весах подкрепленной оболочки и оболочки без подкрепления их собственные частоты обозначены через ω и ω_0 .

Решения системы (5) имеют вид [3]:

а) при малых инерционных действиях со стороны заполнителя на процесс колебаний системы:

$$\begin{aligned}
 S_x &= \left[\left(-kr \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - 4(1-\nu_s)kI_n(kr) \right) A_s + kI_n(kr)B_s \right] \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_\varphi &= \left[-\frac{n}{r} I_n(kr)B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \gamma_1 r C_s \right] \sin \varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_r &= \left[-k^3 r I_n(kr)A_s + \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} B_s + \frac{n}{r} I_n(kr)C_s \right] \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{10}$$

б) инерционные действия заполнителя на процесс колебаний системы существенны:

$$\begin{aligned}
 S_x &= \left[A_s k I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s \gamma_r^2}{\partial r} I_n(\gamma_1 r) \right] \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_\varphi &= \left[-\frac{A_s n}{r} I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s n k}{r \mu} I_n(\gamma_1 r) - \frac{B_s}{n} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} \right] \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 S_r &= \left[A_s \frac{\partial I_n(\gamma_e r)}{\partial r} - \frac{C_s k}{\mu_1} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} + \frac{B_s}{r} I_n(\gamma_1 r) \right] \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь I_n - модифицированная функция Бесселя n -го порядка первого рода, A_s, B_s, C_s - постоянные.

Используя контактные условия (6), перемещения оболочек (9), решение уравнения движения среды (10) и (11), выразим постоянные A_s, B_s, C_s через A, B, C . В результате для q_x, q_θ, q_r находим:

$$\begin{aligned}
 q_x &= (\tilde{C}_{x1} A + \tilde{C}_{x2} B + \tilde{C}_{x3} C) \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 q_\theta &= (\tilde{C}_{\theta1} A + \tilde{C}_{\theta2} B + \tilde{C}_{\theta3} C) \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1) \\
 q_r &= (\tilde{C}_{r1} A + \tilde{C}_{r2} B + \tilde{C}_{r3} C) \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)
 \end{aligned} \tag{12}$$

После подстановки (12) в (3) и интегрирования по ξ и θ получаем для работы распределенных нагрузок со стороны заполнителя, приложенных к оболочке:

$$\begin{aligned}
 A &= -R^2 \pi \left[S_2 \tilde{C}_{x1} A^2 + (S_2 \tilde{C}_{x2} + S_1 \tilde{C}_{\theta1}) AB + (S_2 \tilde{C}_{x3} + S_1 \tilde{C}_{r1}) AC + \right. \\
 &+ S_1 (\tilde{C}_{\theta3} + \tilde{C}_{r2}) BC + S_1 \tilde{C}_{\theta2} B^2 + S_1 \tilde{C}_{r3} C^2
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь \tilde{C}_{ra} - постоянная, $S_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2k\xi_1}{4k}$.

Используя (1), (2), (13) для полной энергии системы получим полином второго порядка относительно параметров постоянных A, B, C :

$$\begin{aligned} \Pi = & (\check{\varphi}_{11} - S_2 \check{C}_{x1} - \psi_{11} \omega_1^2) A^2 + (\check{\varphi}_{22} - S_1 \check{C}_{\theta 2} - \psi_{22} \omega_1^2) B^2 + \\ & + (\check{\varphi}_{23} - S_1 \check{C}_{r3} - \psi_{33} \omega_1^2 + I_1 \sigma_x) C^2 + (\check{\varphi}_{44} - S_2 \check{C}_{x2} + S_1 \check{C}_{\theta 1}) AB + \\ & + (\check{\varphi}_{55} - S_2 \check{C}_{x3} + S_1 \check{C}_{r1}) AC + S_1 (\check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta 3} + \check{C}_{r2}) BC \end{aligned}$$

Отметим, что величины $\check{\varphi}_{ii} (i = 1, 2, \dots, 6)$, $\psi_{ii} (i = 1, 2, \dots, 6)$, $I_i (i = 1, 2)$ имеют громоздкий вид, поэтому их здесь не приводим.

Условия экстремума Π по параметрам A, B, C сводят решение задачи о колебаниях подкрепленных продольными системами ребер, заполненной средой и подверженной продольному сжатию оболочки с учетом трения в контакте, к однородным системами линейных алгебраических уравнений третьего порядка, нетривиальные решения которых возможны лишь в случае, если определитель этой системы равен нулю. Приравнявая далее определители указанных систем нулю, получаем следующее частотное уравнение:

$$\begin{aligned} 2(\check{\varphi}_{11} - S_2 \check{C}_{x1} - \psi_{11} \omega_1^2) A + (\check{\varphi}_{44} + S_2 \check{C}_{x2} + S_1 \check{C}_{\theta 1}) B + (\check{\varphi}_{55} - S_2 \check{C}_{x3} + S_1 \check{C}_{r1}) C &= 0 \\ (\check{\varphi}_{44} + S_2 \check{C}_{x2} + S_1 \check{C}_{\theta 1}) A + 2(\check{\varphi}_{22} - S_1 \check{C}_{\theta 2} - \psi_{22} \omega_1^2) B + (\check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta 3} + \check{C}_{r2}) C &= 0 \\ (\check{\varphi}_{55} + S_2 \check{C}_{x3} + S_1 \check{C}_{r1}) A + (\check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta 3} + \check{C}_{r2}) B + 2(\check{\varphi}_{33} - S_1 \check{C}_{r3} - \psi_{33} \omega_1^2 + I_1 \sigma_x) C &= 0 \end{aligned}$$

(14)

Нетрудно заметить, что в случае а) система уравнений (14) приводится к кубическому уравнению относительно ω_1^2 , в противном случае оно является трансцендентным. Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать только низкие частоты изгибных колебаний, это уравнение в случае а) можно упростить, отбросив слагаемые с ω_1^4 и ω_1^6 . В результате получаем ($\omega_1^2 = \lambda_a$):

$$\begin{aligned} \lambda_a = & \frac{f_3^2 f_4 + f_1 f_5^2 + f_2^2 f_6}{2f_5^2 \psi_{11} + f_2^2 \psi_{33} - 4f_1 f_4 \psi_{33} - 0,5 f_6 (f_1 \psi_{22} + f_4 \psi_{11})} \\ f_1 = & \check{\varphi}_{11} - S_2 \check{C}_{x1}; \quad f_2 = \check{\varphi}_{44} + S_2 \check{C}_{x2} + S_1 \check{C}_{\theta 1}; \quad f_3 = \check{\varphi}_{55} + S_2 \check{C}_{x1} + S_1 \check{C}_{r1}; \\ f_5 = & \check{\varphi}_{66} + \check{C}_{\theta 3} + \check{C}_{r2}; \quad f_6 = \check{\varphi}_{33} - S_1 \check{C}_{r3} + I_1 \sigma_x \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом определяется λ_b для случая б).

Анализ результатов расчетов. Приведем результаты исследования влияния числа ребер и жесткости заполнителей на критическое напряжение осевого сжатия. Вычисления выполнены для оболочки, среды и ребер с такими параметрами:

$$E = E_c = E_h = 6,67 \cdot 10^9 \text{ H/m}^2; \nu = 0,3; x = 1; n = 8; h_h = 1,39 \text{ mm}; R = 160 \text{ mm};$$

$$L_1 = 800 \text{ mm}; \frac{F_c}{2\pi R h} = 0,1591 \cdot 10^{-1}; \frac{I_{yc}}{2\pi R^3 h} = 0,8289; h = 0,45 \text{ mm};$$

$$F_x = 5,75 \text{ mm}^2; I_{sh} = 19,9 \text{ mm}^4; |h_c| = 0,1375 \cdot 10^{-1} R; \frac{I_{kpc}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6};$$

$$I_{kph} = 0,48 \text{ mm}^4; f = 0,25$$

Результаты счета представлены на Рис 1. Здесь приведена зависимость $\omega = \omega_1 \omega_0$ от напряжения осевого сжатия. Из Рис.1 видно, что с увеличением напряжения частота системы падает. Кроме того, учет трения приводит к снижению значения собственной частоты исследуемой конструкции.

Как отмечено, методика определения оптимальных параметров подкрепления построена на сопоставлении минимальных частот колебаний ребристой и гладкой сферической оболочки, усиленными продольными системами ребер, заполненной средой.

В качестве варьируемых параметров рассматриваются: относительная толщина оболочки $h^* = h/R$, расстояния между продольными и поперечными ребрами, отнесенные к толщине оболочки отношение веса всех ребер к весу оболочки φ'_1 и отношение веса продольных ребер к весу поперечных ребер φ'_2 . При этом предполагается, что радиус и длина оболочки, а также характеристики формы сечений продольных и поперечных ребер заранее заданы. Отметим, что для прямоугольных сечений необходимо задавать отношения ψ_1 и ψ_2 высот соответственно продольных и кольцевых ребер к их толщинам. Безразмерные характеристики ребер, входящие в (1), (2), выражаются через указанные параметры:

$$\bar{\gamma}_c^{(1)} = \frac{\varphi'_1 \varphi'_2}{1 + \varphi'_2}, \quad \bar{\gamma}_s^{(2)} = \frac{\varphi'_1}{1 + \varphi'_2}, \quad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2} (1 + \sqrt{a_1 \varphi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)}}),$$

$$\mu_{s2} = \frac{1-\nu}{6} \frac{a_2}{\psi_2} (h^*)^2 (\bar{\gamma}_s^{(2)})^2; \quad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2} \left(1 + \left(1 + \frac{1}{k_1} \right) \sqrt{a_1 \varphi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)}} \right),$$

$$\eta_{s1}^{(2)} = \bar{\gamma}_{s1}^{(2)} \bar{\gamma}_s^{(2)} \frac{a_2 \psi_2 (h^*)^2}{12}, \quad \eta_{s1}^{(2)} = \bar{\gamma}_{s1}^{(2)} \bar{\gamma}_s^{(2)} \frac{a_2 \psi_2 (h^*)^2}{12},$$

$$\eta_c^{(1)} = \bar{\gamma}_c^{(1)} \left[\frac{a_1 \psi_1 \bar{\gamma}_c^{(1)} (h^*)^2}{12} + \left(\frac{h_c}{R} \right)^2 \right], \quad \mu_{s1} = \frac{1-\nu}{6} (h^*)^2 (\bar{\gamma}_c^{(1)})^2 \frac{a_1}{\psi_1}$$

При такой постановке результат исследования практически не зависит от характеристик материала оболочки, поскольку (ω_{min}^2) , как известно, слабо зависят от коэффициента Пуассона ν , а их отношение μ не зависят от модуля

упругости E . Следует отметить, что для улучшения несущей способности оболочки необходимо найти такое сочетание параметров h^* , a_1 , a_2 , φ'_1 и φ'_2 , при которых μ принимает наибольшее значение.

В качестве примера, иллюстрирующего изменения μ в зависимости от относительных весов ребер, приведены результаты вычислений усиленных продольно подкрепленными системами ребер сферических оболочек, заполненных средой.

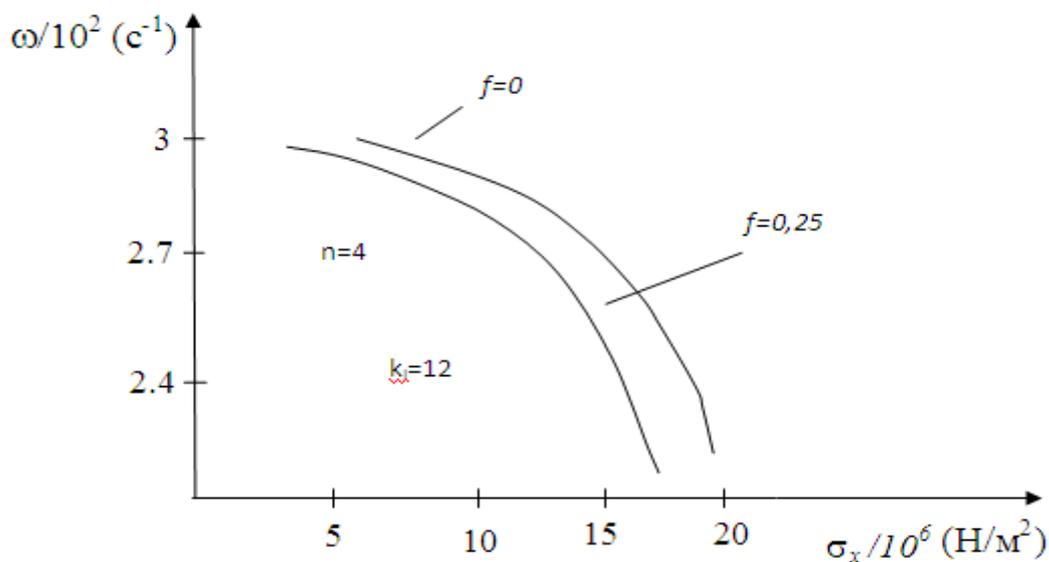


Рис.1. Зависимости частоты системы $\omega = \omega_1 \omega_0$ от сжимающих напряжений

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ: (REFERENCES)

1. Амиро И.Я., Заруцкий В.А.. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. «Наукова думка», 1980, 367 с.
2. Ильгамов М.А., Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.А. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. М., Наука, 1977, 331с.
3. Латифов Ф.С.. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, «ЭЛМ», 1999, 164с.
4. Alexey A. Semenov. Model of deformation stiffened orthotropic shells under dynamic loading. Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics 2016, 9(4), p.485-497.

5. Босьяков С.М., Чживэй В. Анализ свободных колебаний сферических оболочки из стеклопластика при граничных условиях Навье. *Механика машин, механизмов и материалов*. 2011, №3, с. 24-27.
6. F.S. Latifov, F.A. Seyfullaev, Sh. Sh. Alyev. Free vibrations reinforced by transverse ribs of an anisotropic cylindrical shell made of fiberglass with a liquid flowing in it. *Applied mechanics and technical physics*. 2016, Vol. 57, No. 4, pp. 158-162.
7. A.I. Seyfullayev, K. A. Novruzova, Oscillations of longitudinally reinforced orthotropic cylindrical shell filled with a viscous fluid, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, (2015), no. 3/7 (75), 29-33.
8. Мамедов Дж.Н. Свободные колебания сферических оболочек с заполнителем, усиленными продольными ребрами при осевом сжатии с учетом дискретных размещений ребер. *Механика машиностроение*, 2007, № 4, ст.7-11.
9. Хасанов А.А. Современная теория обучения на межпредметной основе // *Science and world*. – Volgograd, 2016. -№8 (36), vol II. – С. 76-78
10. Хасанов А.А. Дидактический анализ проблемы межпредметных связей и возможности их использования в средне-специальных учебных заведениях // *МОЛОДОЙ УЧЁНЫЙ* // ежемесячный научный журнал № 1 (36)/2012 Том II 129-130с. ISSN 2072-0297 Чита-2012 г.
11. Хасанов А.А. Ўқитиш жараёнида фанлараро алоқадриликни амалга оширишнинг психологик-педагогик асослари // *Замонавий таълим* // илмий-амалий оммабоп журнал. Тошкент-2017, №10, 9-14 бетлар.
12. Ж. М. Таштемиров, А. Т. Хайдаров Влияние источника тепла на плотность окружающей среды в нелинейных процессах тепловыделения в двухмерных областях (pp. 295-299) *SCIENTIFIC PROGRESS VOLUME 4 I ISSUE 2 I 2023* _ISSN: 2181-1601.
13. Khaidarov A. T, Toshtemirov J. M. HEAT SOURCE DENSITY IN NON-LINEAR HEAT DISSIPATION PROCESSES // *Proceedings of Scientific Conference on Multidisciplinary Studies*. – 2023. – Т. 2. – №. 10.–С. 72-80.
14. Khaidarov A. T., Toshtemirov J. M. MODELING OF THE DEPENDENCE OF THE CONDUCTIVITY OF THE NON-ELECTRIC MEDIUM OF IRON METAL // *Proceedings of Scientific Conference on Multidisciplinary Studies*. – 2023. – Т. 2. – №. 10. – С. 88-89.
15. J.M. Toshtemirov, M.A. Asadullayeva THE EFFECT OF THE HEAT SOURCE ON THE AMBIENT DENSITY IN THE PROCESSES OF NON-LINEAR HEAT PROPAGATION IN MULTIDIMENSIONAL FIELDS.
16. *Modern Science and Research*, 2(10), 2023, 892–899. Retrieved from <https://inlibrary.uz/index.php/science-research/article/view/24807>
17. J. M. Toshtemirov *APPLIED MATHEMATICS AND MODELING Educational Research in Universal Sciences* 2 (14),17.11.2023, 330-333