

КЛАССИФИКАЦИЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Юсупова Шахло Бахтияр Кизи

базовый докторант сбумишпк

АННОТАЦИЯ

Существует большое разнообразие классификаций хозяйствующих субъектов. Поэтому здесь представлены только такие модели, которые применяются в настоящем пособии.

Ключевые слова: динамические и статические модели, факторная модель, производственные функции.

Экономические объекты и явления обладают большой сложностью. Сложные модели далее будем трактовать в том смысле, что они состоят из простых моделей. Однако деление на простые и сложные модели не имеет достаточно четкой границы. Сложность модели обычно зависит от постановки задачи изучения объекта – оригинала. Поэтому, даже очень сложные объекты экономики нередко удается отражать при помощи достаточно простых математических моделей. Если объектом моделирования является зависимость определенного набора показателей y от вектора внешних переменных x , причем характер этой зависимости не меняется, то для создания математической модели применяют принцип черного ящика. “Черный ящик” – это объект изучения, внутренняя структура которого совершенно не известна. Для наблюдения доступны только входные переменные и реакция объекта на эти воздействия.

Такую математическую модель можно интерпретировать как оператор Φ преобразования “входа”, вектора внешнего воздействия x на объект, в показатель “выхода”, векторную реакцию y объекта исследования. Построить такую модель означает отыскать оператор Φ , связывающий переменные x и y :

$$y = \Phi(x).$$

Модель отражает поведение объекта так, что, задавая значения «входа» x , можно получать значения «выхода» y без участия информации о самом объекте. Компоненты вектора $y = (y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, называют **эндогенными величинами**, т.е. определяемыми с помощью модели. Внешние по отношению к моделируемому объекту показатели, компоненты вектора $x = (x_j)$, $j = 1, 2, \dots, m$, называют **экзогенными величинами**, т.е. определяемыми вне модели.

Простые модели отражают реальные объекты в форме экономических процессов и соотношений разных показателей. При этом особенно большое

значение имеют функциональные зависимости, отражающие причинно-следственные связи между моделируемыми показателями.

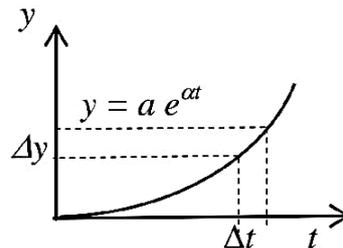
В экономических системах все явления разворачиваются во времени, значения экономических показателей изменяются, одни события следуют за другими. По признаку явной зависимости значений переменных от времени различают динамические и статические модели. Динамическими моделями являются экономические процессы и динамические звенья. Рассмотрим указанные виды простых моделей.

1. Экономические процессы отражают математические модели зависимости значения показателя y от времени t . Она имеет форму функции времени

$$y = W(t, A),$$

где коэффициенты модели обозначены через вектор A . Например, экспоненциальный рост производства продукции может иметь вид $y = ae^{at}$

где $a > 0$ и $a > 1$ – коэффициенты модели или параметры моделируемого объекта. Изменение объема выпуска продукции y происходит в зависимости от времени t . График функции представлен на рис. 1



2. Экономические функции и соотношения – однозначные зависимости экономических показателей от воздействующих на них факторов и однозначные соответствия между этими величинами. Они имеют математическую форму равенства, неравенства, предпочтения и т.д. Их можно записать в общем виде

$$y \leftrightarrow F(x, A).$$

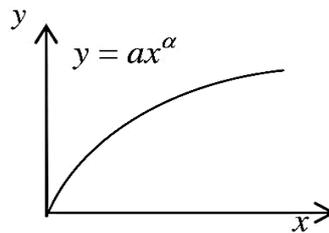
Переменная величина y соответствует значениям вектора x при фиксированном значении вектора коэффициентов A .

а) **Факторная модель** – математическая модель в виде функциональной зависимости экономического показателя от воздействующих на него факторов. Факторные модели являются одной из форм соотношения $y \leftrightarrow F(x, A)$: $y \leftrightarrow F_1(x, A)$.

В этих моделях переменная y является функцией F_1 от вектора экзогенных переменных x . Коэффициенты модели или параметры моделируемого объекта обозначены через вектор A . Упрощенно зависимость $y \leftrightarrow F_1(x, A)$ переменной y от факторов x обозначают как $y(x)$.

Факторными моделями являются, например, производственные функции, отражающие зависимость выпуска продукции от вектора используемых в производстве ресурсов; функции производственных затрат, отражающие зависимость денежных затрат производства от объема выпуска продукции; функции спроса и предложения в зависимости от цены и т.д.

Пусть однофакторная производственная функция задана формулой $y = ax^a$ где $a > 0$ и $0 < a < 1$ – коэффициенты (параметры) модели. Тогда ее график на рис. 2.



б) **Ограничения** – математическая форма соотношений $y \leftrightarrow F(x, A)$ экономических показателей и/или функций в виде больше ($>$), меньше ($<$), не больше (\leq) или не меньше (\geq). Ограничения можно обозначить следующим образом:

$$y \leftrightarrow F_2(x, A)$$

где переменная величина y имеет указанную в формуле взаимосвязь $>$, $<$, \leq , \geq с вектором переменных величин x ; A – вектор постоянных коэффициентов.

Например, в математическом программировании ограничения такого типа накладывают на допустимые расходы ресурсов.

При необходимости в пособии вводятся другие формы соотношений:

$$y \leftrightarrow F(x, A)$$

3. **Динамическая модель** отражает зависимость реакции экономического объекта в виде (вектор-)функции $y(t)$ от экзогенного (вектор-)процесса $x(t)$, причем это зависимая (вектор-) переменная $y(t)$, или её производные, входят в уравнения. При этом значение $y(t)$ может относиться к периоду времени, отличному от времени t , к которому отнесены другие значения $y(t)$. Общую форму динамической модели можно обозначить следующим образом:

$$W(x, y, A) = 0,$$

где (вектор-)функционал W задан на множестве процессов $(x(t), y(t))$, A – вектор постоянных коэффициентов. Так заданную динамическую модель будем называть словом неявная (модель).

Если удалось разрешить уравнение $W(x, y, A) = 0$ и выражение для $y(t)$ такое:

$y(t) = V(x,A)(t)$, где V – функционал на множестве процессов $x(t)$, такую модель назовем явной моделью. Таким образом, нелинейный оператор V математически преобразует функцию $x(t)$ в $y(t)$, подобно преобразованию входного процесса в реакцию в объекте-оригинале. В любой момент времени численные значения $x(t)$ и $y(t)$ определяют состояние входа и выхода объекта моделирования. В случае если явная модель имеет вид $y(t) = V(x,A)(t)$, где V – функция, то тогда эту модель назовем кинематической.

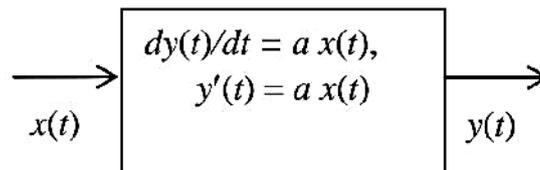
Один из конкретных видов динамических объектов описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$dy(t)/dt = a x(t), \text{ при } x(t) \geq 0,$$

$$\text{или в другой форме: } y'(t) = a x(t), \text{ при } x(t) \geq 0,$$

где $a \geq 0$ – коэффициент модели (параметр моделируемого объекта). На внешнее воздействие процесса $x(t)$ модель откликается процессом выхода $y(t)$. Реакция $y(t)$ зависит

от входного процесса $x(t)$. Графически модель представлена на рис. 3.



По способу определения ответов на поставленные вопросы модели делят на аналитические и численные. В результате аналитического решения модели получают ответ в общем виде. Применение численного метода дает конкретный количественный результат.

По применяемому математическому аппарату можно выделить следующие методы и соответствующие им модели: алгебраические, дифференцирование, вычислительные и т.д. В частности, динамические модели делятся на разностные, дифференциально-разностные, в форме дифференциальных уравнений и имитационные модели. В пособии объекты экономики в основном формализованы в виде линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ЛОДУ), а также в виде линейных дифференциально-разностных уравнений (ЛДРУ). Для их решения применено операционное исчисление. Кроме этого, рассматриваются линейные разностные уравнения (ЛРУ).

По степени определенности модели делят на детерминированные и вероятностные. К вероятностным моделям в пособии относится только паутинообразная имитационная модель товарного рынка. Остальные модели детерминированно отображают реальные объекты.

Важным признаком различия моделей является их назначение. По этому признаку можно выделить прикладные и теоретические модели.

Благодаря использованию прикладных моделей существует возможность принимать конкретные хозяйственные решения. Эти модели предназначены для количественного отображения объектов изучения, они воспроизводят переменные величины в числовой форме. От количественной модели требуется точность значений отображаемых экономических показателей. К ним относятся, например, модели оптимального планирования методом линейного программирования и двойственные задачи. Для прикладных моделей применяют в основном диаграммы, таблицы, графики и математические формулы.

Теоретические модели дают качественную характеристику объекта исследования. К ним относятся, например, модели кибернетического типа, модели рыночного равновесия фирмы, модели оптимизации прибыли. Модели качественного отражения должны правильно воспроизводить вид и форму изменения экономических показателей. Например, выпуск продукции может иметь растущий вид и монотонную форму, а товарный рынок к точке равновесия может приближаться либо монотонно, либо колебательно. Для качественной характеристики, как правило, используют схемы, графики и математические формулы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ: (REFERENCES)

1. П. М. Симонов. Экономико-математическое моделирование. Часть 1. Пермь 2019. стр. 25-26.
2. С. Э. Батищева. Математические модели микроэкономики: учеб.пособие. 2006 стр.314
3. Н. Е. Кобринский. Точность экономико-математических моделей. М:1981 стр. 256
4. Л. И. Лопатников. Экономико-математический словарь. М: 2008 стр. 520