

TUB MODUL BO‘YICHA INDEKSLAR MAVZUSINI O‘RGANISHDA BO‘LAJAK MATEMATIKA O‘QITUVCHILARINING MATEMATIKAVIY KOMPETENTLIKLARINI RIVOJLANTIRISH

Jumayeva Nilufar Farmonovna
Navoiy Davlat Pedagogika Instituti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada bo‘lajak matematika o‘qituvchilarining matematikaviy kompetentliklarini rivojlantirish asosida tub modul bo‘yicha indekslar mavzusini o‘rganish usullari haqida gap boradi.

Kalit so‘zlar: Tub modul, boshlang‘ich ildiz, indeks, kompetensiya.

Mamlakatimizda 2020-2023 yillarda O‘zbekiston Respublikasida matematika fanlari bo‘yicha ta‘lim sifatini yaxshilash, ilmiy-tadqiqotlarning natijadorligi va amaliy ahamiyatini oshirishning maqsadli dasturi amalga joriy qilinishi munosabati bilan bugungi kunda oliy ta‘lim muassasalarida tahsil olayotgan yoshlarni matematik savodxonlik kompetensiyalarini rivojlantirish orqali bo‘lajak kasbiy faoliyatga tayyorlash uchun «Matematika ta‘limi bo‘yicha o‘quv-uslubiy materiallarni muvofiqlashtirish» laboratoriyasi faoliyatini tashkil qilish, unda davlat ta‘lim muassasalarida qo‘llaniladigan matematika fani bo‘yicha darsliklar va o‘quv qo‘llanmalarni ishlab chiqish, bo‘lajak mutaxassislarining matematika bo‘yicha bilim, malaka va ko‘nikmalar talab etiladigan ta‘lim yo‘nalishlari va mutaxassisliklarining o‘quv rejalarida matematika fani uchun ajratilgan soatlar hajmini oshirish; kadrlar iste‘molchilari mutaxassislarini jalb etgan holda bitiruvchilarda sohaga oid matematika bo‘yicha amaliy bilim, malaka va ko‘nikmalarni shakllantirish hamda rivojlantirish ishlarini amalga oshirish kerak.

Oliy ta‘lim muassasalarida tegishli bakalavriat ta‘lim yo‘nalishlari bo‘yicha qabul qilingan o‘quv rejalarida «Algebra va sonlar nazariyasi» fanini to‘liq o‘zlashtirish uchun yangi «Sonlar nazariyasi» qismini kiritish va soatlar hajmini kupaytirish lozim. Chunki algebraning hozirgi zamon matematikasidagi ahamiyati nihoyatda katta. Shuningdek, “oliy ta‘lim muassasalarida ilmiy salohiyatni yanada oshirish, ilmiy va ilmiy-pedagog kadrlar tayyorlash ko‘lamini kengaytirish – eng muhim masalalardan biridir”¹.

¹Ўзбекистон Республикаси Президенти Шавкат Мирзиёевнинг Олий Мажлисга Мурожаатномаси // <https://prezident.uz/uz/lists/view/2228>

Binobarin, talabalarda matematikaviy kompetensiyalarini rivojlantirish orqali bo'lajak kasbiy faoliyatga tayyorlash dolzarb bo'lib hisoblanadi.

Shu o'rinda biz, "Matematika-informatika" yo'nalishida tahsil olayotgan yoshlarni matematik savodxonlik kompetensiyalarini rivojlantirish uchun "Algebra va sonlar nazariyasi" fanidan "Tub modul bo'yicha indekslar" mavzusiga to'xtalib o'tishni lozim ko'rdik.

$(a,m)=1$ shartni qanoatlantiruvchi a sonlar uchun umumta'lim maktablariidan ma'lum bo'lgan logarifm tushunchasiga o'xshash, indeks tushunchasini kiritamiz.

Таъриф. Агар $a \equiv g^{\gamma} \pmod{m}$, $\gamma \geq 0$ бўлса, u ҳолда γ сон m модуль бўйича a соннинг g асосга кўра индекси дейилади ва $\gamma = \text{ind}_g a$ каби белгиланади.

Логарифмик жадваллар мавжуд бўлганидек, ихтиёрий p туб модуль бўйича индекслар жадвалини тузиш мумкин. Индексларнинг асоси қилиб p соннинг бирорта бошланғич илдизи олинади. Ҳар бир жадвал қўйидаги 2 та қисмдан иборат бўлади:

1. Берилган n сон бўйича I индексни топиш
2. Берилган I индекс бўйича n сонни топиш.

Бирор p модуль бўйича индекслар жадвалини тузиш учун аввало p модуль бўйича g бошланғич илдизларни топиш лозим. Сонгра g^0, g^1, \dots, g^{p-2} даражалар p модуль бўйича энг кичик мусбат чегирмаларга алмаштирилади.

Masalan: $p = 2$ modul bo'yicha $g = 2$ boshlang'ich ildizning indekslar jadvalini tuzing.

Yechish: p tub modul bo'yicha boshlang'ich ildiz bu shunday g chegirmalar sinfi, uning uchun $g \equiv 1 \pmod{p}$ bo'lib, $p - 1$ dan kichik natural darajali modulda 1 bilan taqqoslaymiz.

$g = 2$ ning mod 19 ga boshlang'ich ildiz bo'lishini tekshiramiz. Buning uchun $p - 1$ ning n bo'luvchilarida $2^n \equiv 1 \pmod{19}$ shartni tekshiramiz:

$$p = 19, p - 1 = 18, 18 \text{ ning natural bo'luvchilari } n = 1, 2, 3, 6, 9, 18.$$

Bundan:

$$2^1 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$2^3 \equiv 8 \pmod{19}$$

$$(2^3)^2 = 2^6 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$2^9 = 512 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$(2^9)^2 \equiv (-1)^2 \pmod{19}$$

$$2^{18} \equiv 1 \pmod{19}$$

Demak, 19 modulda 2 boshlang'ich ildiz bo'ladi. $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{17}$ larda 19 modul bo'yicha taqqoslamalar tuzamiz:

$$2^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$2^1 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{19}$$

$$2^3 \equiv 8 \pmod{19}$$

$$2^4 \equiv 16 \pmod{19}$$

$$2^5 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$2^6 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$2^7 \equiv 14 \pmod{19}$$

$$2^8 \equiv 9 \pmod{19}$$

$$2^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$2^{10} \equiv 17 \pmod{19}$$

$$2^{11} \equiv 15 \pmod{19}$$

$$2^{12} \equiv 11 \pmod{19}$$

$$2^{13} \equiv 5 \pmod{19}$$

$$2^{14} \equiv 6 \pmod{19}$$

$$2^{15} \equiv 12 \pmod{19}$$

$$2^{16} \equiv 5 \pmod{19}$$

$$2^{17} \equiv 10 \pmod{19}$$

Tuzilgan taqqoslamalar yordamida quyidagi jadvallarni tuzamiz:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	13	2	16	14	6	3	8	
1	17	12	15	5	7	11	4	10	9	

I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	4	8	16	13	7	14	9	18
1	17	15	11	3	6	12	5	10		

Endi $g = 10$ boshlang'ich ildizning $p = 19$ modul bo'yicha indekslar jadvalini o'zgarishini ko'rib chiqamiz. 19 modulga 10 boshlang'ich ildiz bo'lishini tekshirib ko'ramiz.

$$10^1 \equiv 10 \pmod{19}$$

$$10^2 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$10^3 \equiv 12 \pmod{19}$$

$$10^6 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$10^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$10^{18} \equiv 1 \pmod{19}$$

Demak, boshlang‘ich ildiz ekan. Endi $10^0, 10^1, 10^2, \dots, 10^{17}$ larda 19 modul bo‘yicha taqqoslamalar tuzamiz.

$$10^0 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$10^1 \equiv 10 \pmod{19}$$

$$10^2 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$10^3 \equiv 12 \pmod{19}$$

$$10^4 \equiv 6 \pmod{19}$$

$$10^5 \equiv 3 \pmod{19}$$

$$10^6 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$10^7 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$10^8 \equiv 17 \pmod{19}$$

$$10^9 \equiv 18 \pmod{19}$$

$$10^{10} \equiv 9 \pmod{19}$$

$$10^{11} \equiv 14 \pmod{19}$$

$$10^{12} \equiv 17 \pmod{19}$$

$$10^{13} \equiv 13 \pmod{19}$$

$$10^{14} \equiv 16 \pmod{19}$$

$$10^{15} \equiv 8 \pmod{19}$$

$$10^{16} \equiv 4 \pmod{19}$$

$$10^{17} \equiv 2 \pmod{19}$$

$$10^{18} \equiv 1 \pmod{19}$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		18	17	5	16	2	4	12	15	10
1	1	6	3	13	11	7	14	8	9	

I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	10	5	12	6	3	11	15	17	
1	9	14	7	13	16	8	4	2	1	

Gauss ‘‘Arifmetik tadqiqotlar’’da 3 dan 97 gacha bo‘lgan tub sonlar va ularning darajalari uchun indekslar jadvalini keltirgan va asos uchun boshlang‘ich ildiz ko‘rsatilgan.

Nemis matematigi Yakobi (Jacobi, Karl Gustav Yakov 1804-1851) 1839 yilda chop etilgan “Canon Arithmeticos” asarida 1000 dan kichik bo‘lgan tub sonlar uchun indekslar jadvalini tuzgan. Tub modul bo‘yicha yuqori darajali taqqoslamalar eng ko‘p o‘rganiladigan, eng ko‘p tadbiiq qilinadigan va ko‘p jihatdan boshqa matematik fanlar masalan matematik tahlil, analitik geometriya kabi fanlar bilan bog‘liq bo‘lgan sohalardan biridir. Bundan tashqari taqqoslash nazariyasi metodlari fan, texnika, iqtisodiyotning turli sohalorida ham keng qo‘llanilishi bilan muhim o‘rin tutadi, ammo ko‘pincha u yetarli darajada chuqur o‘rganilmaydi. Ushbu maqolada nazriyaning asosiy nuqtasigacha berilgan, ularni ko‘rib chiqish jarayonidagi masala chiqirroq anglashga imkon beradi. Yangicha fikrlaydigan, yuksak malakali, chuqur bilimli mutaxasislarni tayyorlash davr talabi bo‘lib qoldi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI: (REFERENCES)

1. Nazarov R.N., Toshpo‘latov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi. T., I qism, II qism, 1995 y.
2. Toshpo‘latov B.T., Dusumbetov A.D., Qulmatov A.Q. Algebra va sonlar nazariyasi. Ma‘ruzalar matni. T., 2001 1-5- qismlar.
3. R. Iskandarov, R. Nazarov. Algebra va sonlar nazariyasi. I-II qismlar. T., O‘qituvchi, 1979 y.
4. Kulikov L.Ya. Algebra I teoriya chisel. M., Visshaya shkola. 1979 g.
5. Yunusov A.S., Yunusova D.I. Algebra va sonlar nazariyasidan modul texnologiyasi asosida tayyorlangan nazorat topshiriqlari to‘plami. TDPU. 2004.
6. N.Ya. Vilenkin. Algebra I teoriya chisel. M. 1984.
7. Petrova V.T. Leksii po algebre I geometrii. CH.1,2. Moskva, 1999g.
8. Shneperman L.B. Sbornik zadach po algebre I teorii chisel. Minsk. Visheyshaya shkola. 1982 g.
9. Zavalo S.T. I dr. Algebra I teoriya chisel. CH. I,II. Kipv. Visa shkola. 1983g