BIR O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYANING FURE ALMASHTIRISHI VA XOSSALARI

Muqumov A.H
Iqtisodiyot va pedagogika universiteti
asqarmuqumov@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyaning Fure almashtirishlari o‘rganilgan.*

Kalit so‘zlar: *Fure almashtirish, operator, uzluksiz funksiya.*

Ushbu

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) = u_1(x) + u_2(x) + \ldots + u_n(x) + \ldots$$

funksional qatordan foydalangan holda har bir hadi

$$u_n(x) = (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

gormonikadan iborat ushbu

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \tag{1}$$

xususiy funksional qatorni qaraylik.

Odatda (1) qator trigonometrik qator deb ataladi. $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_n, b_n, \ldots$ sonlar esa trigonometrik qatorning koeffisientlari deyiladi.

Shunday qilib trigonometrik qator garchan funksional qator bo‘lsa ham (uning har bir hadi muayyan funksiyalar bo‘lganligi uchun) o‘z koeffetsentlari $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_n, b_n, \ldots$ lar bilan to‘la aniqlanadi. (1) trigonometrik qatorning qismiy yig‘indisi

$$T_n(x) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

trigonometrik ko‘phad deb ataladi.

1.2.1-ta’rif (Fure qatori). $f(x)$ funksiya $[-\pi, \pi]$ da berilgan va shu oraliqda integrallanuvchi bo‘lsin. U holda

$$f(x)\cos nx,\ f(x)\sin nx, (n = 1, 2, \ldots)$$

funksiyalar ham ikkita integrallanuvchi funksiyalar ko‘paytmasi sifatida [-π,π] da integrallanuvchi bo‘ladi. Bu funksiyaning integrallarini hisoblab ularni quydagicha belgilaylik

$$a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx, \tag{2}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx dx \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Bu sonlardan foydalanib ushbu

$$T(f;x) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \tag{3}$$

trigonometrik qatorni tuzamiz.

Haqiqiy o’zgaruvchining $f(x)$ kompleks qiymatli funksiyasi berilgan bo’lsin. U holda

$$\hat{f}(y) = F[f] = V.p.\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ixy}dx = \lim_{A\to+\infty}\int_{-A}^{A} f(x)e^{-ixy}dx \tag{4}$$

(4) formula bilan aniqlanadigan funksiyaga $f(x)$ funksiyaning Fure almashtirishi deyiladi va $\hat{f}(y)$ yoki $F[f]$ kabi belgilanadi.

$$\check{f}(y) = F^{-1}[f] = V.p.\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ixy}dx \tag{5}$$

(5) formula bilan aniqlanadigan funksiyaga esa, teskari Fure almashtirishi deyiladi va $\check{f}(y)$ yoki $F^{-1}[f]$ kabi belgilanadi. Bu yerda (4) va (5) integrallar mavjud deb qaraladi. Agar $f(x)$ funksiya absolyut integrallanuvchi bo'lsa, u holda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ixy}dx \quad \text{va} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ixy}dx$$

xosmas integrallar mavjud va mos bosh qiymat ma'nosidagi integrallarga teng bo'ladi. Shuning uchun absolyut integrallanuvchi funksiyalarning Fure almashtirishi va teskari Fure almashtirishi quyidagi xosmas integrallar yordamida

$$F[f] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ixy}dx; \; F^{-1}[f] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ixy}dx,$$

aniqlanadi.

1-lemma. *R son o'qida absolyut integrallanuvchi funksiyaning Fure almashtirishi R son o'qida chegaralangan va uzluksiz bo'ladi.*

1-teorema. *R son o'qida $f(x)$ funksiya absolyut integrallanuvchi va har bir nuqtada $f'(x)$ chekli hosila mavjud bo'lsa, u holda*

$$F^{-1}[F[f]] = f, \quad F[F^{-1}[f]] = f$$

teskarilanish formulalari o'rinli bo'ladi.

Agar $f(x)$ funksiya uchun: 1) R son o'qida $f(x)$ funksiya uzluksiz va absolyut integrallanuvchi; 2) Ixtiyoriy $[a, b]$ oraliq uchun shunday bir x_i bo'linish nuqtalari topilib har bir (x_{i-1}, x_i) intervalda $f'(x)$ funksiya uzluksiz; 3) $f'(x)$ funksiya R son o'qida absolyut integrallanuvchi funksiya bo'lsa, u holda bu funksiya $\bar{L}^C(R)$ sinfga tegishli deb aytiladi.

2-teorema. *Agar $f(x)$ funksiya $\bar{L}^C(R)$ sinfga tegishli bo'lsa, u holda $F[f'] = iyF[f]$ tenglik o'rinli bo'ladi.*

Natija. *Agar $f(x), f'(x), \ldots, f^{(k-1)}(x)$ funksiyalar uzluksiz va $f^{(k-1)}(x) \in \bar{L}^C(R)$ bo'lsa, u holda $F[f^{(k)}] = (iy)^k F[f]$ tenglik o'rinli.*

3-teorema. *Agar* R *son o'qida* $f(x)$ *funksiya uzluksiz, hamda* $f(x)$ *va* $xf(x)$ *funksiyalar* R *da absolyut integrallanuvchi bo'lsa, u holda* $\hat{f}(y)=F[f]$ *funksiya* R *da uzluksiz hosilaga ega va*

$$\hat{f}\,'(y)=\frac{d}{dy}(F[f])=F[(-ix)f(x)]$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Natija. *Agar* $f(x)$ *uzluksiz funksiya bo'lib,* $f(x), xf(x), ..., x^n f(x)$ *funksiyalar absolyut integrallanuvchi funksiyalar bo'lsa, u holda*

$$\frac{d^k}{dy^k}\left(F[f]\right)=F[(-ix)^k f(x)], \qquad k=\overline{1,n}$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azlarov T.Mansurov.H. Matematik analiz I-II qism, Toshkent "O'zbekiston" 1995 y
2. Фихтенгольц Курс дифференциального и интегрального исчесления т.3 Москва 1976 г
3. Muqumov A. H. IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN QO'YILGAN CHEGARAVIY MASALANING KORREKT YECHILISHI //World scientific research journal. – 2023. – Т. 22. – №. 2. – С. 77-80.
4. Д.К.Салаев Х.Х.Имомназаров, А.Э.Холмуродов, А.Х.Мукумов Международная научно-практическая конференция «Рахматулинские чтения» 2023. Стр 61
5. Мукимов А.Х. Имомназаров Х.Х. Одномерная обратная задача определения источника из системы хопфа 2022 QarDU xabarlari Том 3 1 Стр 14