BIR O‘LCHOVLI MUHITDA KO‘NDALANG TO‘LQIN JARAYONLARI, TENGLAMALARI VA ULARNING TAHLILI

Quzratov Muxriddin Akram o‘g‘li
Qarshi davlat universiteti, doktorant
Orcid raqami: 0009-0009-9469-1853;
quzratovm95@gmail.com

https://doi.org/10.5281/zenodo.10835037

ANNOTATSIYA

Maqolada bir o‘lchovli muhitda ko‘ndalang to‘lqin tenglamalari, qattiq sterjenda tarqaladigan bir o‘lchovli ko‘ndalang elastik to‘lqinlar uchun to‘lqin tenglamasi, bir o‘lchovli g‘ovak-elastik muhit dinamikasining matematik modeli, Bir o‘lchovli muhitda ko‘ndalang to‘lqin jarayonlari, tenglamalari va ularning tahlili haqida so‘z yuritilgan.

Kalit so‘zlar: *Ko‘ndalang to‘lqin, Nyutonning ikkinchi qonuni, Nyutonning uchinchi qonuni, bir o‘lchovli ko‘ndalang to‘lqinlar, g‘ovak-elastik muhit, deformatsiyalanuvchi muhitlar mexanikasi.*

АННОТАЦИЯ

В статье рассматриваются поперечные волновые уравнения в одномерной среде, волновое уравнение для одномерных поперечных упругих волн, распространяющихся на твердом стержне, математическая модель динамики одномерной пористо-упругой среды.

Ключевые слова: *Поперечная волна, второй закон Ньютона, Третий закон Ньютона, одномерные поперечные волны, пористо-упругая среда, механика деформируемых сред, анализ волновых процессов.*

ANNOTATION

The article discusses the transverse wave equations in a one-dimensional environment, the wave equation for one-dimensional transverse elastic waves propagating in a solid sterjen, the mathematical model of one-dimensional porous-elastic medium dynamics.

Keywords: *Transverse wave, Newton's second law, Newton's third law, one-dimensional transverse waves, porous-elastic medium, mechanics of deformable environments, analysis of wave processes.*

Koʻndalang toʻlqin tenglamasining gʻovak-elastik muhitda aniq analitik yechimlari bunday muhitda sodir boʻladigan fizik jarayonlarni tushunish uchun muhim vositadir. Ular vaqt va koordinatalarga qarab muhit zarralari harakatining aniq ifodalarini olish imkonini beradi. Ushbu yechimlarni tahlil qilish toʻlqin jarayonlarining asosiy xususiyatlarini, masalan, dispersiya xususiyatlari, toʻlqinlarning amplitudasi va fazaviy xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi.

Quyidagi funksiya elastik ipni ifodalaydi: $\xi = \xi(x, t)$. Uning harakati toʻlqin boʻylab tarqaladi va koʻndalang boʻladi: Toʻlqin x oʻqi boʻylab tarqalganda ipning har bir nuqtasi ξ oʻqi boʻyicha harakatlanadi. x oʻqida dx kichik qismini tanlaymiz (ekstremal nuqtalarning koordinatalari: x va x+dx). dx kesma cheksiz kichik boʻlgani uchun bu boʻlimdagi satr uzunligini ham dx ga teng qilib oʻrnatish mumkin. dx kesma uchun Nyutonning ikkinchi qonunini yozamiz (ξ oʻqi boʻyicha proyeksiya):

$$(1) ma = F$$

$$(2) m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F$$

F - ipning dx qismiga ta’sir etuvchi toʻliq taranglik kuchining unga qoʻshni boʻlgan proyeksiyasi. Ikki taranglik kuchining modullarini F_n bilan belgilaymiz. bu kuchlar orasidagi burchaklarni ξ oʻqi boʻyicha φ va φ' bilan belgilaymiz. Shunday qilib, Nyutonning ikkinchi qonuni:

$$(3) m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F_n(sin\varphi' - \sin\varphi)$$

dx ning kichikligi tufayli biz $\sin\varphi = tan\varphi$ va $\sin\varphi' = tan\varphi'$ tengliklaridan foydalanishimiz mumkin. Bu burchaklarning tangenslarini $\xi(\mathrm{x}, \mathrm{t})$ funksiya grafigiga tegish burchaklari orqali osongina ifodalash mumkin.

Quyidagicha ifodalaymiz:

$$(4)\sin\varphi' = tan\varphi' = \frac{\partial\xi(x+dx,t)}{\partial x}$$

$$(5)\sin\varphi = tan\varphi = \frac{\partial\xi(x,t)}{\partial x}$$

Bundan:

$$(6)m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F_n\left(\frac{\partial\xi(x+dx,t)}{\partial x} - \frac{\partial\xi(x,t)}{\partial x}\right)$$

Qavslar ichida o‘ng tomonda funksiyaning to‘liq differensial qismi $\frac{\partial\xi}{\partial x}\,\partial x$ ga nisbatan qisman hosilaga mos keladi:

$$(7)\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}dx = \frac{\partial\xi(x+dx,t)}{\partial x} - \frac{\partial\xi(x,t)}{\partial x}$$

m-massasi dx-chiziq kesimining $\rho = \rho l = \rho dx$ chiziqli zichlik orqali yozamiz:

$$(8)\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}dx = F_H\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}dx$$

dx ga kamaytirib, koeffitsientlarni birlashtirish orqali quyidagilarni olamiz:

$$(9)\frac{\rho}{F_H}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}dx = \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$

Biz elastik ip bo‘ylab tarqaladigan bir o‘lchovli ko‘ndalang to‘lqinlar uchun to‘lqin tenglamasini oldik.

Ideal gaz va uning ichida x o‘qi bo‘ylab (devorlarga parallel) tarqaladigan bo‘ylaman to‘lqinli naychani tasavvur qiling kam). Agar devorlar va ularga perpendikulyar bo‘lgan abssissalar x va $x + dx$ bilan chegaralangan V_0 hajmni hisobga olsak va keyin V_0 vaqt o‘tgandan keyin bu tekisliklar orasiga o‘ralgan hajm V (ko‘chirilganlarning koordinatalari tekisliklar mos ravishda $x + \xi(x,t)$ va $x + \xi(x,t)$ $x + dx + \xi(x + dx, t)$ ga teng bo‘ladi), bundan hajmlar teng ekanligi ma’lum bo‘ladi:

$$(10)V_0 = Sdx$$

$$(11)V = S\big(dx + \xi(x + dx, t) - \xi(x,t)\big)$$

Bu yerda S-trubka bilan chegaralangan perpendikulyar tekisliklarning maydonlari kengayadi.

$$(12)V = S\left(dx + \frac{\partial\xi}{\partial x}dx\right) = \left(1 + \frac{\partial\xi}{\partial x}\right)Sdx$$

x ga proyeksiyada V hajm uchun Nyutonning ikkinchi qonunini yozamiz:

$$(13) m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F$$

F-gazning qolgan qismidan V hajmiga ta'sir qiluvchi umumiy bosim kuchining proyeksiyasi (chunki gaz ideal, bu kuch, Nyutonning uchinchi qonuniga ko‘ra, hajmi bo‘yicha gazga V hajmidan ta'sir qiluvchi kuchga teng:

$$(14) F = pS$$

Bunda hajm bilan birga bosimni topish talab qilinadi. V hajmdagi bosim ρ ga, V_0 hajmdagi bosim ρ_0 ga teng bo‘lsin. Biz to‘lqin tarqalmoqda deb taxmin qilamiz. Bu ko‘rib chiqilayotgan hajmlarda sodir bo‘ladigan termodinamik adiabatik jarayonlarni ko‘rib chiqish mumkinligini anglatadi. Ushbu hajmlar uchun Puasson tenglamasini yozamiz:

$$(15)\gamma\, p_0 V_0^{\gamma} = pV^{\gamma}$$

Bu yerdan:

$$(16) p = p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma} = p_0\frac{S\partial x}{\left(1+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)S\partial x} = \left(1+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^{-\gamma}$$

Elementar hajmlar ichidagi bosim biroz farq qiladi. Ushbu fikrlardan kelib chiqib, uni quyidagi shaklda ifodalash mumkin. Teylor seriyasini kengaytirishning dastlabki ikki shartlari yig‘indisi:

$$(17) p = p_0\left(1+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^{-\gamma} = p_0\left(1-\gamma\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)$$

Belgilangan hajm uchun Nyutonning ikkinchi qonuni:

$$(18) m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = p_0\left(1-\gamma\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)S$$

Massani gaz zichligi orqali ifodalaymiz $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{Sdx}$:

$$(19) pSdx\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = p_0\left(1-\gamma\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)S$$

Sdx ga bo‘lamiz va koeffitsientlarni birlashtiramiz:

$$(20) pSdx\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = p_0\left(1-\gamma\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)S$$

Yuqoridagi formula orqali biz ideal gazda tarqaladigan bir o‘lchovli bo‘ylama to‘lqinlar uchun to‘lqin tenglamasini oldik.

Berilgan hajm uchun Nyutonning ikkinchi qonuni quyidagi shaklga ega:

$$(21) pV\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = F$$

Kichik deformatsiyalarda $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$ normal kuchlanish σ deformatsiyaning kattaligiga mutanosibdir (E - Yung moduli):

$$(22) \sigma = E\varepsilon = E\frac{\partial\xi}{\partial x}$$

ε deformatsiya nisbiy cho‘zilish $\frac{\Delta l}{l_0}$, normal kuchlanish esa $\sigma = \frac{F}{S}$. Shunday qilib:

$$(23) F = (\sigma_2 - \sigma_1)S = ES\left(\frac{\partial\xi(x+dx+\xi(x+dx))}{\partial x} - \frac{\partial\xi(x+\xi(x,t))}{\partial x}\right) = ES\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}dx$$

Nyutonning ikkinchi qonuniga qaytaylik:

$$(24,25) \rho V\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = EV; \qquad \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\frac{\rho}{V}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$

Yuqoridagi formula qattiq sterjenda tarqaladigan bir o‘lchovli ko‘ndalang elastik to‘lqinlar uchun to‘lqin tenglamasini ifodalaydi.

G‘ovak-elastik muhitlar deformatsiyalanuvchi muhitlar mexanikasi, geofizika va neft-gaz sanoati sohasidagi qiziqarli tadqiqot sohasini ifodalaydi. Turli xil yuklar ostida ularning xatti-harakatlari bir o‘lchovli ko‘ndalang to‘lqin tenglamasi yordamida tasvirlanishi mumkin bo‘lgan murakkab to‘lqin jarayonlari bilan tavsiflanadi.

Bir o‘lchovli g‘ovak-elastik muhit dinamikasining matematik modeli quyidagi tenglama bilan ifodalanishi mumkin:

$$(26) \frac{\partial^2 u}{\partial^2 t} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \beta\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Bu yerda u - markaziy zarrachalarning harakati, t - vaqt, x - koordinata, c - to‘lqin tezligi, α va β - mos ravishda muhitning yopishqoqligi va g‘ovakligini tavsiflovchi koeffitsiyentlar.

Saqlash qonunlari usuli, Galiley printsipi va qaytmas jarayonlarning chiziqli termodinamika tamoyillari asosida dissipativ yaqinlashishda suyuqlik bilan to‘yingan poroelastik muhitning harakat tenglamalari tizimi olinadi.

Ovoz tebranishlarini susaytirish va tarqatish masalalari ko‘rib chiqiladi. Fazalararo ishqalanish parametrining xususiyatiga qarab akustik tebranishlarni susaytirish son jihatdan o‘rganilgan. Olingan tenglamalardan siljish moduli deformatsiya tezligiga bog‘liq bo‘lgan holatda, bir o‘lchovli nochiziqli differentsial tenglamalar tizimi olinadi, bu keyingi boblarda poroelastiklikning yangi to‘g‘ridan-to‘g‘ri va teskari dinamik muammolarini o‘rganish uchun asos bo‘ladi.

Bernulli integrali bitta bosimli ikki tezlikli muhitlar modeli uchun olinadi. Olingan tahliliy natijalar fan va texnikaning turli sohalarida, masalan, geofizika, neft va gaz sanoati, geomexanika va boshqa sohalarda qo‘llanilishi mumkin. G‘ovak-elastik muhitda to‘lqin jarayonlarini tahlil qilishning aniqroq modellari va usullarini ishlab chiqishga yordam beradi. Bu esa bunday vositalarning xatti-harakatlarini “bashorat” qilish va turli texnologik jarayonlarni optimallashtirish uchun muhimdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Имомназаров, Б. Х., Михайлов, А. А., Хайдаров, И. К., & Холмурадов, А. Э. (2021). Численное решение задачи переноса растворенного вещества в пороупругом глинистом сланце. Сибирские электронные математические известия, 18(1), 694-702. Yuqorida qayd etilmagan.

2. Imomnazarov, S., Imomnazarov, K., Kholmurodov, A., Dilmuradov, N., & Mamatkulov, M. (2018). On a problem arising in a two-fluid medium. International Journal of Mathematical Analysis and Applications, 11(3), 49.

3. Kh.Kh. Imomnazarov, A.E. Kholmurodov, Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media, Mathematical and Computer Modelling, Volume 45, Issues 3–4, 2007, Pages 270-280, ISSN 0895-7177. Yuqorida qayd etilmagan.

4. Mavko, G., Mukerji, T., & Dvorkin, J. (2009). The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis of Porous Media. Cambridge University Press.

5. Johnson, D. L., Koplik, J., & Dashen, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. Journal of Fluid Mechanics, 176, 379-402.

6. *Quzratov Muxriddin Akram o‘g‘li,. “Information and communication technologies and their significance”. Central Asian Journal of Education and Computer Sciences Volume1, Issue6, December 2022 (CAJECS) (2022).*
7. *Quzratov Muxriddin Akram o‘g‘li, “Android OT uchun dasturlash texnologiyasi”. “Algoritmlar va dasturlashning dolzarb muammolari” mavzusidagi Xalqaro ilmiy-amaliy anjuman (2023).*
8. *https://unnx.github.io*