CHIZIQLI ALGEBRA ELEMENTLARI MATRITSA VA DETERMINANTLARNI HISOBLASH USULLARI.

Ubaydulloyev Alisher Nematilloyevich
Odilov Abdurahim Sobirjon o‘g‘li
Buxoro davlat universiteti Fizika-matematika fakulteti

https://doi.org/10.5281/zenodo.10834969

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolda matritsa va determinantlarni hisoblashning muhim xossalari nazariy o‘rganish hamda ular asosida uning yechish usullari qisqacha tushuntirib o‘tilgan. Maqolaning mazmun matritsa va determinantlarni hisoblashdan iborat. Maqolaning asosiy maqsadi matritsa va determinantlarni yechish asosida uning muhim nazariy xossalarini o‘rganishdan iborat.

Kalit so‘zlar. *Matritsa, determinant, satr, elementlar, o‘lcham, vertikal, teskari matritsa.*

АННОТАЦИЯ

В этой статье кратко объясняются важные свойства вычисления матриц и определителей как теоретического исследования, так и методов его решения на их основе. Содержание статьи состоит из вычисления матриц и определителей. Основная цель статьи-изучить важные теоретические свойства матрицы и ее решения на основе определителей.

Ключевые слова. *Матрица, определитель, строка, элементы, размер, вертикаль, обратная матрица.*

ANNOTATION

This article briefly explains the important properties of calculating matrices and determinants of both theoretical research and methods for solving it based on them. The content of the article consists of calculating matrices and determinants. The main

purpose of the article is to study the important theoretical properties of the matrix and its solutions based on determinants.

Keywords. *Matrix, determinant, string, elements, size, vertical, inverse matrix.*

Hozirgi kunda fanning ko‘plab sohalari : hisoblash matematikasi ,fizika, iqtisodiyot va hokazolarda o‘zining keng tadbiqlarini topayotgan matritsalar nazariyasi elementlari bilan tanishamiz. Ko‘pincha u yoki bu ma’lumotlar (sonlar)ni to‘g‘ri burchakli jadval ko‘rinishida joylashtirishga to‘g‘ri keladi. Masalan, agar uchta zavod beshta har xil turdagi maxsulot ishlab chiqarishi haqidagi hisobot ushbu

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \end{pmatrix}$$

Jadaval ko‘rinishida berilishi mumkin, bu yerda x_{ij} bilan i-zavod tomonidan yil davomida ishlab chiqarilgan j-turdagi maxsulot miqdori belgilangan. Bu jadvalni qisqacha $X = (x_{ij})$ kabi belgilaymiz v a uni uchta satr va beshta ustunli to‘g‘ri burchakli matritsa deb ataymiz.

Matriitsa deb, biror tartibda joylashtirilgan sonlarning to‘g‘ri to‘rtburchakli ko‘rinishaidagi jadvaliga aytiladi. Bu solar shu matritsaning elementlari deyiladi. Odatda matritsalar qavs yoki ikkita vertikal chiziq ichiga olib yoziladi. Maslan, 20 dan kichik barcha tub sonlardan quyidagi matritsani tuzish mumkin.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 & 19 \end{pmatrix} \text{ yoki } \begin{Vmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 & 19 \end{Vmatrix}.$$

Bu matritsalar 2ta satr va 4ta ustundan iborat bo‘ganligi uch un $2x4$ o‘lchamli matritsa deyiladi. Umuman m satr va n ustunli matritsa yoki mxn o‘lchamli matritsa deb ataladi. Matritsani tashkil etuvchi a_{ij} sonlarni uning elementlari deyiladi. Har bir a_{ij} birinchi indeksi bu element turgan satrning nomerini, ikkinchi indeksi esa ustuning nomerini bildiradi. Demak, a_{ij} element i satr va j ustunda turadi. Matritsada satrlar soni ustunlar sonidan kichik, teng yoki katta (ya’ni $m < n, m = n, m > n$) bo‘lishi mumkin.

$m = n$ bo‘lgan holda matritsani $n-$tartibli kvadrat matritsa deyiladi. nxn o‘lchamli matritsa kvadrat matritsa n son esa shu kvadrat matritsaning tarti-bi deyiladi. Masalan, bir xonali natural sonlardan tuzilgan $3x3$ o‘lchamli

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

matritsa $3-$tartibli kvadrat matritsa, bir xonali juft natural sonlardan tuzilgan $2x2$ o‘lchamli $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

matritsa $2-$tartibli kvadrat matritsa bitta sondan tuzilgan (15) matritsa esa birinchi tartibli kvadrat matritsadir. Xususiy holda, matritsa bitta satrga(ustunga) ega bo‘lgan matritsalar bilan ish ko‘ramiz. Bunday matritsalar satr-matritsalar(ustun-matritsalar) deyiladi. Masalan, $1x5$ o‘lchamli

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & \sqrt{17} & 1{,}2 & 9 \end{pmatrix}$$

matritsa satr-matritsa, $3x1$ o‘lchamli

$$\begin{pmatrix} \sqrt{15} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

matritsa esa ustun-matritsa bo‘ladi. Ba’zan matritsa bitta harf orqali belgilanadi. Masalan, elementlari a_{ij} ($i = 1{,}2 \;\; j = 1{,}2$) bo‘lgan

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

matritsa A harfi bilan elementlari b_{ij} bo‘lgan

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

matritsa esa B harfi bilan belgilasak

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{22} & a_{21} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

mxn o‘lchamli ikkita A va B matritsaning mos elementlari teng ya’ni $a_{ij} = b_{ij}$ ($i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n$) bo‘lsa A va B matritsalar teng deyiladi, va $A = B$ ko‘rinishda belgilanadi. Masalan,

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & \sqrt{3} \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{2} & 7 & \frac{3}{\sqrt{3}} \\ \frac{12}{6} & 1 & \frac{24}{8} \end{pmatrix}$$

Endi matritsalar ustida amallarni ko‘ramiz.

Matritsalar qo‘shish. Har xil o‘lchamli matritsalar uchun qo‘shish amali aniqlanmaydi. Bir xil mxn o‘lchamli 2ta A va B matritsalarning yig‘indisi deb elementlari A va B matritsalar mos elementlari yig‘indisiga teng bo‘lgan mxn o‘l- chamli matritsaga aytiladi.

1-misol. $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ va $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ matritsalar yig‘indisini toping.

Yechish. $A + B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2 & 2+4 \\ 1+(-3) & 5+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

Barcha elementlari nolga teng bo‘lgan matritsa nol-matritsa deyiladi va O harfi bilan belgilanadi:

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 \ldots & 0 \\ \ldots\ldots & & & \\ 0 & 0 & 0 \ldots & 0 \end{pmatrix}$$

mxn o‘lchamli nol-matritsa bilan mxn o‘lchamli har qanday A matritsaning yig‘indisi A matritsaga teng: $A + O = A$

mxn o‘lchamli har qanday A matritsaning har bir elementini unga qarama-qarshi songa almashtirishdan hosil bo‘lgan matritsa $-A$ bilan belgilanadi. A va $-A$ mat- ritsalar qarama-qarshi matritsalar deyiladi. Ular uchun $A + (-A) = 0$ tenglik o‘rinli.

Bir xil mxn o‘lchamli A, B va C matritsalar uchun quyidagi tasdiqlar o‘rinli.

1. $A + B = B + A$

$$2.\ A+(B+C)=(A+B)+C$$

Matritsalarni qo‘shish amaliga nisbatan teskari amal ayirish amalini qaraymiz. Har bir mxn o‘lchamli bo‘lgan A va B matritsalar uchun $B+C=A$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, C matritsaning c_{ij} elementlari $c_{ij}=a_{ij}-b_{ij}$ tenglik bo‘yicha aniqlanadi. C matritsa A va B matritsalarning ayirmasi deyiladi va $A-B$ ko‘rinishda belgilanadi.

2-misol.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & 1 & 3 \\ -7 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & 0 & 8 \\ 0 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-(-9) & 2-0 & 3-1 & 4-(-2) \\ 0-1 & -4-6 & 1-0 & 3-8 \\ -7-0 & 2-3 & 0-0 & 5-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 2 & 6 \\ -1 & -10 & 1 & -5 \\ -7 & -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Matritsalarni songa ko‘paytirish. mxn o‘lchamli A matritsaning hamma elementlarini $\alpha \in R$ songa ko‘paytirishdan hosil bo‘ladigan matritsa A matrit- saning α songa ko‘paytmasi deyiladi va αA yoki $A\alpha$ ko‘rinishida belgilanadi.

3-misol. $3\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 1 & 3\cdot 2 \\ 3\cdot 3 & 3\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$

Matritsalarni songa ko‘paytirish ta’rifidan va sonlar ustidagi tegishli amallar xossalaridan har biri mxn o‘lchamli bo‘lgan A va B matritsalar hamda har qanday α,β sonlar uchun quyidagi tengliklar o‘rinli.

$$1)\ (\alpha+\beta)A = A\alpha + A\beta$$

$$2)\ (\alpha\beta)A = \alpha(\beta A)$$

$$3)\ \alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$$

$$4)\ 1A = A$$

Matritsalarni ko‘paytirish. $1xk$ o‘lchamli A satr-matritsa va $kx1$ o‘lchamli B ustun-matritsa berilgan bo‘lsin:

$$A=(a_{11}\ a_{12} \ldots . a_{1k}),\ B=\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \ldots . \\ b_{k1} \end{pmatrix}$$

$1xk$ o‘lchamli A satr-matritsa va $kx1$ o‘lchamli B ustun-matritsaga ko‘paytmasi deb, shu matritsalar mos elementlari ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng bo‘lgan $1x1$ o‘lchamli matritsaga, ya’ni

$AB = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + ... + a_{1k}b_{k1}$ songa aytiladi.

$$\left(a_{11}\ a_{12} .... a_{1k}\right)\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ .... \\ b_{k1} \end{pmatrix} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + ... + a_{1k}b_{k1}$$

4-misol. $\left(2 \ \ -3 \ \ 1\right)\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\cdot(-4) + (-3)\cdot 3 + 1\cdot 1 = -16.$

$m \times k$ o‘lchamli A matritsa va $k \times n$ o‘lchamli B matritsaning, ya’ni birinchisi- ning ustunlari soni ikkinchisining satrlari soniga teng bo‘lgan A va B matritsalar-ning ko‘paytmasi deb, har bir c_{ij} elementi birinchi ko‘paytuvchining $i-$satrini ik- kinchi ko‘paytuvchining $j-$ustuniga ko‘paytirishdan hosil qilinadigan $m \times n$ o‘l- chamli $C = AB$ matritsaga aytiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. *Ubaydullayev A.N. Kasr va irratsional tengsizliklarni yechishda algoritmik metod tadbiqi // Zamonaviy informatikaning dolzarb muammolari: o‘tmish tajribasi, istiqbollari respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy anjuman materiallari. Toshkent, 2023. – B. 549-554.*

2.Ubaydullayev A.N. Methodology for Developing Professional Competence of Students Using Digital Technologies in Practical Training. Journal of Survey in Fisheries Sciences (SFS) 10(2S) 1355-1362, ISSN: 2368-7487, 2023. url: https://sifisheriessciences.com/journal/index.php/journal/article/view/870

3. M.A.Mirzaaxmedov, Sh.N. Ismailov, A.Q. Amonov. Matematika (algebra va analiz asoslari) 11-sinf. T.: Zamin nashr. 2018 y, -37 s

4. M.N. Beshmakov. Algebra i nachala analiza. Ucheb dlya 10-11 kl. Sred. shk.2-ye.izd.-M.:Prosveshenie, 1992. -351 s

5. Ubaydulloyev A.N., Jo‘rayev H.O. Mathcad dasturida algebraik masalalarni yechish // “Ta’lim va innovatsion tadqiqotlar” Ilmiy-metodik jurnal, № 3, Buxoro, 2023. – B. 143-146 (13.00.00).

6. R.N.Atabayeva. Geometrik masalalarni koordinata-vektor usulida yechish, Toshkent, O‘qituvchi 2001 y.