MATRITSA USTIDA AMALLAR BAJARISH METODLARI

Hasanov Behzod Normurot o'g'li
Buxoro davlat pedagogika instituti
"Matematika va informatika" yo'nalishi
3-bosqich talabasi
e-mail: hasanovbehzod5@gmail.com

https://doi.org/10.5281/zenodo.10836404

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada matritsalar ustida amallar bajarish usullari, ta'rif va teoremalar isboti keltirilgan. Shuning bilan birgalikda, matritsaga doir masalalarni yechish metodlari va transponirlash amali xossalari, norma tushunchasi yoritib berilgan.

Tayanch iboralar*: matritsa, ustun matritsa, satr matritsa, diagonal matritsa,daraja birlik matritsa, kommutator, matritsa izi, transponerlash, matritsa normasi.*

АННОТАЦИЯ

В данной статье представлены методы операций над матрицами, определения и доказательства теорем. При этом поясняются методы решения матричных задач, свойства операции транспонирования и понятие нормы.

Основные понятия: *матрица, матрица-столбец, матрица-строка, диагональная матрица, матрица с единицей ранга, коммутатор, след матрицы, транспонирование, норма матрицы.*

ABSTRACT

This article presents methods of operations on matrices, definitions and proofs of theorems. At the same time, the methods of solving matrix problems, properties of the transposition operation, and the concept of norm are explained.

Keywords: *matrix, column matrix, row matrix, diagonal matrix, rank unity matrix, commutator, matrix trace, transpose, matrix norm.*

Matritsa tushuncha sifatida XVIII-XIX asrlar davomida shakllantirildi va ishlab chiqildi. Daslabki vaqtlarda matritsa geometrik obyektlarni almashtirish va chiziqli tenglamalarni yechish bilan bog‘liq holda rivojlandi. Hozirgi vaqtda matritsalar matematikaning kuchli tatbiqiy vositalaridan biri hisoblanadi.

Matritsalar sonlar, funksiyalar va matematik belgilarning katta massivlarini yagona obyekt sifatida qarash va bunday massivlarni o‘z ichiga olgan masalalarni qisqa ko‘rinishda yozish va yechish imkonini beradi.

Matritsalar matematika, texnika va iqtisodiyotning turli sohalarida keng qo‘llaniladi. Masalan, ulardan matematikada algebraik va differensial tenglamalar sistemasini yechishda, kvant nazariyasida fizik kattaliklarni oldindan aytishda, internet tarmog‘ida ma’lumotlarni shifrlashda foydalaniladi.

Sonlarni joylashtirishda «Matritsa» tushunchasi 1850 yilda James Joseph Sylvester tomonidan kiritilgan.

Ta’rif. ***m*** ta satr va ***n*** ta ustundan iborat sonlarning to‘g‘ri burchakli jadvaliga ***m***x***n*** o‘lchamli **matritsa** deyiladi.

Matritsaning o‘lchami uning satrlari soni va ustunlari soni bilan aniqlanadi. Matritsaning o‘lchamini ifodalash uchun ***m***x***n*** belgi ishlatiladi. Bu belgi matritsaning m ta satr va n ta ustundan tashkil topganini bildiradi.

Matritsani tashkil qilgan sonlar uning elementlari deyiladi. Matritsalar odatda lotin alfavitining bosh $A,B,D,\ldots$ harflari orqali uning elementlari esa lotin alfavitining kichik a, b, d... harflari bilan belgilanadi.

Odatda mxn o'lchamli matritsa quyidagicha belgilanadi,:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1j} \dots a_{1n} \\ a_{11} & a_{12} \dots a_{2j} \dots a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ a_{i1} & a_{i2} \dots a_{ij} \dots a_{in} \\ \dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mj} \dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrisa $A = (a_{ij}), \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n},$ shakldа ham ifodalanishi mumkin: i-satri, j-ustuni raqami.

A matritsaning i-satr va j-ustunda joylashgan elementi a_{ij} bilan belgilanadi. Matritsalarni ifodalashda $\|\circ\|$ yoki $[\circ]$ belgidan ham foydalaniladi.

Misol: $A = \begin{pmatrix} 13 & -2 & 0 \\ -10 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ - 2x3 o'lchamli matritsadir.

Ta'rif.Bir xil o'lchamli A va B matritsalarning mos elementlari teng bo'lsa, yani $a_{ij}=b_{ij}$ bo'lsa, $A=B$ matritsalarga teng matritsalar deyiladi.

Ta'rif. 1xn 1o'lchamli matritsaga satr matritsa deyiladi.

Misol: A=(10 -5 7 9 0) - *satr matritsa*.

Ta'rif. mx1 1o'lchamli matritsaga *ustun* matritsa deyiladi,masa

Misol: $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ - *ustun matritsa*.

Ta'rif.Agar matritsaning satrlari soni ustunlari soniga teng bo'lsa, bunday matritsaga **kvadrat(i=j)** matritsa deyiladi.

Misol: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 3-*tartibli kvadrat matritsa.(i=3,j=3)*

Ta'rif. Agar matritsaning faqat diagonal elementlari yani (a_{ij} bunda $i=j$ ko'rinishdagi elementlar) noldan farqli bo'lsa, bunday matritsaga diagonal matritsa deyiladi.

Misol: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ - diagonal *matritsa*

Matritsalar uchun "kichik "va "katta "tushuncha keritilmagan

A matritsani - λ songa ko'paytmasi deb, elementlari $b_{ij}=\lambda a_{ij}$ $i=\overline{1,m}$ $\mathrm{j}=\overline{1,\mathrm{n}}$ ko'rinishida bo'lgan $B=\lambda A$ matritsaga aytiladi.

Misol: agar $A=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ bo'lsa, $4A=\begin{pmatrix} 4 & -20 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$ bo'ladi. So'ngi tenglikni $\begin{pmatrix} 4 & -20 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}=4\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ko'rinishda yozsak, matritsaning hamma elementlari umimiy ko'paytuvchisini, matritsa belgisidan tashqariga chiqarish mumkinligini ko'ramiz.

Bir xil o'lchamli A va B matritsalarning yig'indisi deb, elementlari $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ ko'rinishida bo'lgan C matritsaga aytiladi va quyidagicha yoziladi:

$C = A + B$.

Misol: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ matritsalar yig'indisini topamiz:

$$C=A+B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+2 & 2+3 & 3+1 \\ 2-1 & -1+2 & 4+5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

Bir xil o'lchamli A va B matritsalarni ayirmasi deb, elementlari $c_{ij}=a_{ij}$ - b_{ij} $i=\overline{1,m}$; $\mathrm{j}=\overline{1,\mathrm{n}}$ ko'rinishda bo'lgan, $C=A-B$ matritsaga aytiladi.

Misol: Ushbu $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ va $B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ matritsalar ayirmasi

$$C=A-B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-(-2) & 3-3 \\ 2-4 & 4-(-3) \\ 5-1 & -2-2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 7 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$ kabi topiladi.

Ikkita matritsani ko‘paytirish uchun birinchi matritsaning ustunlari soni ikkinchi matritsaning satrlari soniga teng bo‘lishi shart. A va B matritsalarning ko‘paytmasi deb, shunday C matritsaga aytiladiki, bunda C matritsaning elementlari A matritsaning har bir satr elementlarini mos ravishda B matritsaning har bir ustun elementlariga ko‘paytirib, qo‘shishdan hosil qilinadi. Yani C ning elementlari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{ik}b_{kj} = \sum_{S=1}^{k} a_{is}b_{sj} \ , \quad i = \overline{1, m} \ ; \quad j = \overline{1, n} \ .$$

bunda yerda $A_{mxk} \cdot B_{kxn} = C_{mxn}$

Bunda A_{mxk}, B_{kxn} o‘lchamlarga ega bo‘lgan matrisalar. $A \cdot B = C$ matrisa mxn o‘lchamga ega bo‘ladi.

Misol: $A_{2x3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ $\quad B_{3x2} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 0 + 2\cdot 1 + 0\cdot 4 & 1\cdot 2 + 2\cdot 0 + 0\cdot(-5) \\ 3\cdot 0 + 4\cdot 1 + (-1)\cdot 4 & 3\cdot 2 + 4\cdot 0 + (-1)\cdot(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$$

Yuqorida kiritilgan amallar quyidagi xossalarga ega:

1. $A+B=B+A$

2. $(A+B)+C=A+(B+C)$

3. $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$

4. $A(B+C)=AB+AC$

5. $(A+B)C=AC+BC$

6. $\lambda(AB)=(\lambda A)B=A(\lambda B)$

7. $A(BC)=(AB)C$

Darajaga ko‘tirish.

A kvadrat matritsaning natural m- darajasi $A^m = A \cdot A \cdot \ldots \cdot A$ tenglik bilan aniqlanadi. $A^0=E$, $A^1=A$ deb olinadi.

Ta’rifdan ushbu xossalar kelib chiqadi:

1. $A^m \cdot A^k = A^{m+k}$

2. $(A^m)^k = A^{m\,k}$

Misol: Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ bo‘lsa, A^2 ni toping.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Matritsalarni transponirlash.

Ta'rif. *A* matritsaning satrlarini ustun qilib yozishdan hosil qilingan matritsa *A* ga transponurlangan matritsa deyiladi va A^{T} kabi belgilanadi.

Misol: $A_{2x3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad A^T{}_{3x2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$

Ba'zi adabiyotlarda transponirlangan matritsani *A*, A' kabi belgilashlar ham uchraydi.

Ta'rif. Agar $A = A^T$ bo'lsa, *A* matritsaga simmetrik matritsa deyiladi.

Transponirlash amali quyidagi xossalarga ega:

1) $(A^T)^T = A$ 3) $(A+B)^T = A^T + B^T$

2) $(\lambda A)^T = \lambda A^T$ 4) $(AB)^T = B^T A^T$

Berilgan $\boldsymbol{n \times m}$ **o'lchamli** $\boldsymbol{A = (a_{ik})}$**matritsaning normasi** deb unga mos qo'yiluvchi quyidagi nomanfiy

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} a_{ik}^2}$$

songa aytiladi.

Misol $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2} = 8$

Yuqorida o'rgangan bilimlarimizni krasvort orqali mustahkamlab olamiz:

1.Sonlarni joylashtirishda 1850-yilda matritsa tushunchasi .... Joseph Sylvester tomonidan kirilgan.

2. 1×n o'lchamli matritsaga qanday matritsa deyiladi?

3. Agar A=(A)^T bo'lsa A matritsaga qanday matritsaga qanday matritsa deyiladi?

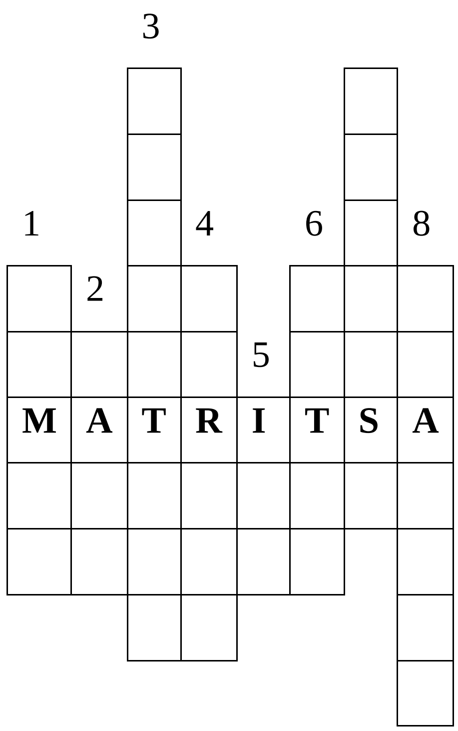
4. E matritsaning diagonal elementlari 1ga teng. E matritsa qanday matritsa deyiladi?

5. Matritsaning diagonal elementlari yig'indisi matritsaning .... deb aytiladi.

6. Matritsa A=($a_{i\,j}$) bu yerda j→nimani bildiradi?

7. A_{nxm} *matritsa uchun* $N = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} a_{ik}^2}$ songa A=$a_{(i\,j)}$ matritsaning ...... deyiladi.

8. Agar matritsaning satrlari soni ustunlari soniga teng bo'lsa (i=j) bunday matritsaga .... matritsa deyiladi.



FOYDALANILADIGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. *Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.*

2. Кострикин А.М. Введение в алгебру. - М.- «Мир».- 1977.

3. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.

4. Xojiyev J.X. Faynleyb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «O'zbekiston», 2001 y.

5. Kurosh A.G. Oliy algebra kursi, Toshkent, «O'qituvchi». 1975y.

6. Gelfand I.M. Chiziqli algebradan leksiyalar. «Oliy va o‘rta maktab». 1964.

7.Gelfand I.M. Chiziqli algebradan leksiyalar. «Oliy va o‘rta maktab». 1964.

8.R.N. Nazarov, B.T. Toshpo‘latov, A.D.Dusumbetov, Algebra va sonlar nazariyasi 1 qism, 2 qism, 1993y., 1995y.