DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.10920812

GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA IZLASH METODIDAN FOYDALANISH HAQIDA

Haydar Turayev
Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasi dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi.
ilkhom.jurayev.03@mail.ru

Raimkulov Sherali Urazdavlatovich
Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasi o'qituvchisi.
sherl82@mail.ru

O'taganova Umida Egamberdi qizi
Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasi o'qituvchisi.
utaganovaumida2010@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada planimetriya masalalarini yechishning "yechimlarni tanlash" usuli (metodi) yordamida hisoblash keltirilib o'tilgan.*

Kalit so'zlar: *metod, uchburchak, yasash, urinma, o'lchov.*

SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS USING THE METHOD OF SEARCHING FOR SOLUTIONS

Annotation: *In this article, the calculation using the "choice of solutions" method (method) of solving planimetry problems is showed.*

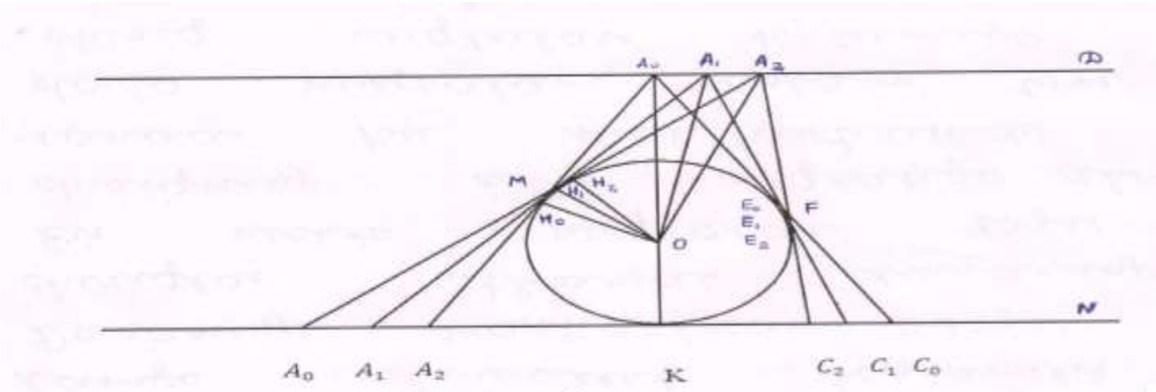
KeyWord: *method, triangle, making, tangent, measurement.*

Masalalar yechishda masalaning og'ir yengilligiga qarab u bu metodlardan foydalanishni aniqlash muhim ahamiyatga ega. Shu nuqtai nazardan quyida yechimlarni izlash metodi yordamida bir nechta planimetriya masalalarini yechishni ko'rib chiqamiz. Ma'lumki, ayniqsa, geometrik masalalarni masalalarni yechishni masala shartiga mos ravishda shaklni mumkin qadar yuqori darajada aniqlik bilan chizish masalani yechishning hal qiluvchi omilidir. Masala shartiga mos chizilgan bunday shakl hisoblash (o‘lchash) elementlarini tasvirlashni oydinlashtiradi. Shuning bilan birgalikda, agar mumkin bo‘lsa, shaklning qator xossalari haqida haqiqatga yaqin gipotezalarni ham keltirib chiqarish yanada natijaga yaqinlashtirishi mumkin. Ba’zi hollarda taxminiy javobga ega bo‘lish masalaning aniq yechimini topish imkoniyatini sezilarli darajada oshiradi. Bunda, albatta, hisoblash va mantiqiy xatoliklarga yo‘l qo‘ymaslik kerak. Masalani yechishga bunday yondashish ko‘pgina hollarda yechimni topishni osonlashtiradi. Yasash yo‘li bilan hisoblash masalalarini oldindan bunday yechishga kirishish yechimlarning sonini belgilab beradi.

Geometrik masalalar faqatgina sonli berilganlar va parametrolarni o‘z ichiga olishi mumkin. Bunday hollarda masalani yechish o‘ta qiyin yoki yetarlicha oson bo‘lishi mumkin. Masalani yechishda kerak bo‘lishi mumkin bo‘lgan barcha asboblar yordamida shaklni chizish, o‘lchash va hisoblash mavjud shaklning oldingilariga o‘xshash bo‘lgan yangi xossalarini keltirib chiqarishi mumkin. Bu esa o‘z navbatida tushunchalarni tahlil qilish, umumlashtirish natijasida masalalarni yechishning u yoki bu metodni tadbiq qilishga olib keladi[4].

Yuqorida aytilganlarni quyidagi masalalarda ko‘rib chiqaylik.

1-Masala. $h_a = 6, r = 2, R = 5$, berilganlarga asosan ΔABC uchburchakning tomonlari uzunliklarini toping?



1-чизма

Yechish. Bir qarashda bu masalani yechish osondek tuyuladi (ma’lum uchta elementning berilishiga asosan uchburchakning uchta tomonini topish masalasi). Lekin bu masalaning yechimini sinuslar va kosinuslar teoremalariyordamida odatdagiday topish juda qiyin yoki mumkin emas. Qo‘shimcha shakllar chizish yoki boshqa noodatiy yondoshish metodlarini qo‘llash yetarlicha murakkab tenglamalar sistemasini yechishga olib keladi. Yuqoridagi aytilganlarga asosan bu masalani yechishni yasash metodi orqali orqali amalga oshirishga harakat qilamiz, ya’ni bu masalani quyidagicha qo‘yamiz.

1′-Masala. $h_a = 6, r = 2, R = 5$, berilganlarga asosan ΔABC uchburchakni yasang.

Bu konstruktiv masala. Uni sirkul, lineyka va geometrik almashtirishlar metodi yordamida yechishga urinish hech qanday natijaga olib kelmaydi. Shuning uchun bu masalani yechishga quyidagicha kirishamiz: markazi 0 nuqtada bo‘lgan radiusi $r = 2$ ga teng bo‘lgan ixtiyoriy aylana chizamiz. Bu aylananing ixtiyoriy K nuqtasidan KN urinma o‘tkazamiz. [KA_0] ⊥(KN) ($|KA_0| = 6$) va $(A_0D) \parallel (KN)$ larni yasash amallarni bajaramiz. Ko‘rinib turibdiki, endi bu masala (A_0D) da shunday A nuqtani topish va markazi 0 nuqtada joylashgan, radiusi 2 ga teng bo‘lgan aylanaga o‘tkazilgan KN urinma aylanani shunday B va C nuqtalarda kesib o‘tishi natijasida, A,B va C nuqtalar bilan aniqlanadigan aylananing radiusi 5 ga teng bo‘lsin degan masalani yechishga keltiriladi..

Faraz qilaylik, $A = A_0$ bo‘lsin.$(0; 2)$ aylanaga A_0H_0 va A_0E_0 urinmalarni o‘tkazaylik. Teng tomonli $\Delta A_0B_0S_0$ uchburchakka ega bo‘lamiz. Ko‘rinib turibdiki, $R_{\Delta A_0B_0C_0} = |A_0O| = 4$. Bundan kelib chiqadiki, $\Delta A_0B_0C_0$ uchburchak $1'$-masalaning yechimi emas. $[A_0D)$ da ixtiyoriy A_1va A_2 nuqtalarni belgilaymiz (1-chizma). $(0; 2)$ aylanaga A_1H_1 va A_1E_1, A_2H_2 va A_2E_2urinmalarni bajarish natijasida quyidagi ikkita gipotezaga ega bo‘lamiz[1,3,5]:

$$\angle B_2A_2C_2 < \angle B_1A_1C_1 < \angle B_0A_0C_0 \text{ va } |B_2C_2| > |B_1C_1| > |B_0C_0| \qquad (1)$$

ifodalarga asosan mos ravishda quyidagi gipotezaga kelishimiz tabiiy, ya’ni A nuqtaning $[A_0D)$ da harakatlanishidan ∠A ning miqdori va shu burchak qarshisida yotgan BC tomon (bu yerda ΔABC uchburchak nazarda tutilmoqda) quyidagicha o‘zgaradi: a) A burchak 60^0 dan 0^0 gacha monoton kamayib boradi; b) $|BC|$ tomon $|B_0C_0|$ tomondan $+\infty$ gacha molnoton o‘sib boradi. Agar bu farazlar to‘g‘ri bo‘lsa, u vaqtda R 4 dan $+\infty$ gacha oshib boradi. Bu yerda $R = |BC|: 2sin\angle$A formula asos bo‘ladi. Shuning uchun, balkim, $[A_0D)$ da shunday yagona A nuqta mavjud bo‘ladiki, ΔABC uchun$R = 5$ bo‘ladi. $[A_0D)$ da A nuqtani tanlash natijasida quyidagiga ega bo‘lamiz: uchburchak ΔABC dagi S burchak to‘g‘ri burchak (gipoteza!), ya’ni $|AC| = 6$, $|BA|$ =$2R = 10$, $|BC| = 8$. Endi $\Delta S_\Delta = pr$ formulani tadbiq qilish natijasida bunday uchburchak uchun $r = 2$ ekanligini tekshirish oson kechadi. Shunday qilib, endi faqat, (1) formulaning ikkinchi qismini , tengsizlikni isbotlashgina qoldi.

Ko‘rinib turibdiki, $|OA_0| < |OA_1| < |OA_2|$. OH_0A_0 , $OH_1A_{1\,,}$ OH_2A_2 to‘g‘ri burchakli uchburchaklarda$|OH_0A_0| = \left|OH_1A_{1\,,}\right| = |OH_2A_2|$ munosabat o‘rinli. Shuning uchun

$$sin\angle H_0A_0O < sin\angle H_1A_1O < sin\angle H_2A_2O$$

Aytaylik $M = (B_2A_2) \cap (B_1A_1)$ va $F = (A_2C_2) \cap (A_1C_1)$. Bundan esa

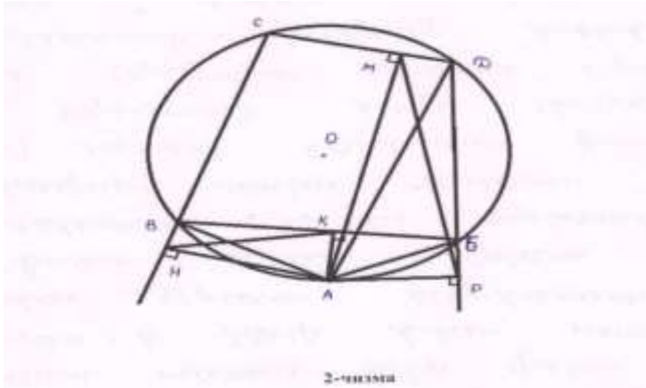
$$\Delta B_2B_1M \infty \Delta A_2A_1M, \Delta A_1A_2F \infty \Delta C_1C_2F,\ |MA_1| < |MB_1|\ \ va\ \ |A_1F| > |FC_1|$$

ekanligi kelib chiqadi.
Shuning uchun

$$|\mathrm{B_1B_2}| > |\mathrm{A_2A_1}| > |\mathrm{C_2C_1}|\ \ \mathrm{va}\ \ |\mathrm{B_2C_2}| > |\mathrm{B_1C_1}| > |\mathrm{B_0C_0}|.$$

Shunday qilib, 1-masalaning yagona yechimi borligi isbot qilindi.

2-masala. ABCDE beshburchak aylanaga ichki chizilgan. A nuqtadan (BC), (CD), (DE) tomonlargacha bo‘lgan masofalar mos ravishda a, b, c ga teng. h=|A, (BE)| masofa topilsin.



Yechish. Ixtiyoriy aylana chizamiz va unga biror ichki ABCDE beshburchak chizamiz (2-chizma). $[\mathrm{AH}] \perp (\mathrm{BC})$, $[\mathrm{AK}] \perp (\mathrm{BE}), [\mathrm{AM}] \perp (\mathrm{CD}), [\mathrm{AP}] \perp (\mathrm{DE})$ larni yasaymiz.$|\mathrm{AH}|, |\mathrm{AK}|, |\mathrm{AM}|, |\mathrm{AP}|$ larni masshtab linekasi yordamida o‘lchab, $\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}}$ gipotezani hosil qilamiz. Yana xuddi shunday aylanaga qandaydir bir ichki beshburchak chizamiz va tegishli o‘lchov ishlarini bajaramiz, yana $\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{a}} \approx \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}}$ gipotezaga ega bo‘lamiz. Shunday qilib, izlanayotgan h miqdor va berilgan a, b, c miqdorlar qanoatlantiradigan

$$\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}} \qquad (2)$$

tenglikdan iborat gipotezani hosil qilamiz. (2) tenglik

$$\Delta\mathrm{HAK} \infty \Delta\mathrm{MAP} \qquad (3)$$

munosabat bajariladi degan fikrga olib keladi. Mos burchaklarning o‘zgarishi bu gipotezaning to‘g‘ri ekanligini tasdiqlaydi.

AHBK va AMDP to‘rtburchaklarda ikkitadan to‘g‘ri burchakning mavjudligi va

$$\angle\mathrm{CBE} + \angle\mathrm{CDE} = 180^0$$

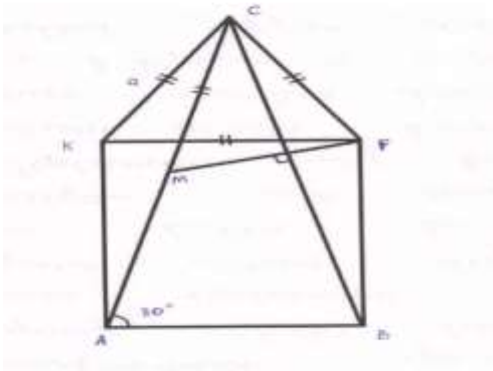
munosabatning bajarilishiga kelamiz. Shuning uchun $\angle\mathrm{HBK} = \angle\mathrm{MDE}$, $\angle\mathrm{HAK} = \angle\mathrm{MAP}$, $\angle\mathrm{HBA} + \angle\mathrm{MDA}$ munosabatlar to‘g‘ri. Bu yerdan $\Delta\mathrm{AHB} \infty \Delta\mathrm{AMD}$ va $\Delta\mathrm{ABK} \infty \Delta\mathrm{ADP}$ munosabatlarning to‘g‘ri ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, AHBK to‘rtburchak AMDP to‘rtburchakka o‘xshash bo‘ladi. Shuning uchun

$$\Delta HAK \infty \Delta MAP.$$

Gipoteza (3) isbotlandi, va, demak, $h = \frac{ac}{b}$.

3-masala. ΔACB da $\angle ASB = 20^0. |AC| = |CB|, |CM| = |AB|, M \in [AC]$, $\angle ABM = ?$

Yechish: ΔACB ni yasab va o‘lchov ishlarini amalga oshirib, quyidagi gipotezani hosil qilamiz:
$\angle ABM = 70^0, \angle AMB = 30^0, \angle MBC = 10^0$ va hokazo. 3-chizmada gipotezaga asosan 10^0, 30^0, $70^0, 80^0$burchaklar tasvirlangan.



3-чизма

Bulardan $10^0+80^0 = 90^0$, $70^0 + 20^0 = 90^0, 20^0+20^0+20^0 = 60^0$ munosabatlarga ega bo‘lamiz. Bularga asosan $\angle ABM = 70^0$ tasdiqni isbotlash rejasi paydo bo‘ladi. Berilgan ΔABC uchburchakni shunday to‘rtburchakkacha qadar qurish uchun faqat “yaxshi” burchaklar bor, ular 60^0, 90^0,150^0va hokazolar. Har xil kombinatsiyalar natijasida CKABF beshburchak hosil bo‘ladi. Masala oydinlashdi, ya’ni tasdiqning to‘g‘riligi ko‘rinib qoladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Васильевский А. Б. (1969) Методи решения геометрических задач. Минск, «Вишейшая школа».
2. Болтянский Б. Г., Сидоров Й. В., & Шабунин М. И. (1971) Лексии и задачи по элементарной математике. Москва, «Наука».
3. Столяр А. А. (1993) Методи обучения математике. Москва, Минск, «Вершая школа».
4. Alixonov S. (1997) Matematika o‘qitish metodikasi. Toshkent, “O‘qituvchi”.
5. Н. Д. Додажонов, М. Ш. Жўраева (1996) Геометрий. Тошкент, “Ўқитувчи”.