DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.11253637

INTEGRO-INTEGRATSIYALASH METODI

Nuraliyeva Feruza Abdusalim qizi
Termiz davlat pedagogika instituti
"Informatika va uni o'qitish metodikasi" kafedrasi o'qituvchisi
feruza.abdusalimovna@gamil.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada differensial tenglama turi, chekka va boshlang'ich shartlar sinfi, shuningdek differensial tenglama koeffisientlariga ega bo'lgan funksioanal maydon vazifasini belgilaydigan vazifalar sinflarini hal qilish uchun mos bo'lgan ayirmali sxemalariga ega bo'lish tadqiq etilgan.*

Kalit so'zlar: *Issiqlik o'tkazuvchanlik, sonli ayirma, divergent, konservativ, ayirmali sxema, leteral yuza.*

Abstract: *In this article, having differential schemes suitable for solving classes of problems defining the type of differential equation, the class of boundary and initial conditions, as well as the function of the functional field with the coefficients of the differential equation is studied.*

Key words: *Heat conduction, numerical difference, divergent, conservative, differential scheme, lateral surface.*

Аннотация: *В данной статье изучается наличие дифференциальных схем, пригодных для решения классов задач, определяющих тип дифференциального уравнения, класс граничных и начальных условий, а также функцию функционального поля с коэффициентами дифференциального уравнения.*

Ключевые слова: *Теплопроводность, численная разность, дивергент, консервативность, дифференциальная схема, боковая поверхность.*

Matematik fizika masalalari murakkab va ularni yechish algoritmi qadamlari juda katta. Ularni bloklarga "modullarga" bo'lish lozim. So'ngra, turli fizik tabiatga ega bo'lgan jarayonlar aynan bir tenglamalar bilan tavsiflanadi (masalan, diffuziya jarayonlari, issiqlik o'tkazuvchanlik va magnitlanish). Har xil fizik masalalar, ularning har biri o'z fizik xususiyatlariga ega bo'lishlariga qaramasdan, aynan bir matematik modellarga ega bo'lishi mumkin. Boshqa tomondan, matematik modelning o'zi hisoblash eksperimenti o'tkazilish jarayonida bir necha marta jiddiy o'zgarishi mumkin, bu o‘z navbatida algoritmning o‘zgarishini (aniqrog‘i, uning ayrim qismlarining) talab qiladi va dasturning ham o‘zgarishiga olib keladi. Bundan daturlar kompleksini (dasturlar paketi) yaratish zarurati paydo bo‘ladiki, ular modulli prinsip asosida tuziladi va hisoblash eksperimenti tezkor o‘tkazish imkoniyatini hamda turli fizik tabiatga ega bo‘lgan masalalar sinfini yechishga imkon beradi. Bu esa dasturlash sohasidagi va matematik fizikaning yirik masalalarni yechishdagi dolzarb yo‘nalish bo‘lib, sonli metodlarni yaratishga ta’sir ko‘rsatadi.

Issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti zichligi, zarba to‘lqinlar ustida bo‘shliqlar bilan bog‘liq masalan, issiqlik o‘tkazuvchi gazda gazodinamikasining tenglamalarini ham sodir bo‘ladi, boshqa tenglamalar, taxminiy hal natijasida hisoblangan hollarda, ayniqsa, muhim ahamiyatga ega.

Turli xil jismoniy jarayonlar (issiqlik o‘tkazuvchanligi yoki tarqalishi, tebranishlar, gaz dinamikasi va boshqalar) ba'zi bir ajralmas saqlanish qonunlari (issiqlik, massa, impuls, energiya va boshqalar) bilan tavsiflanadi. Matematik fizikaning differensial tenglamalarini chiqarishda, odatda, kichik hajm uchun saqlanish qonunini ifodalaydigan ba'zi bir integral munosabatlardan (muvozanat tenglamasi) kelib chiqadi. Differensial tenglama, tenglamaga kiritilgan uzluksiz hosilalar mavjudligini hisobga olgan holda, hajm nolga kamayganda balans tenglamasidan olinadi[1].

Sonli ayirma usuli fizikaviy ravishda uzluksiz muhitdan uning ayrim diskret modellariga o‘tishni anglatadi. Bunday o‘tish bilan jismoniy jarayonning asosiy xususiyatlarini saqlab qolishni talab qilish tabiiydir. Ushbu xususiyatlar, avvalambor, saqlanish qonunlari hisoblanadi. Tarmoqdagi saqlanish qonunlarini ifodalaydigan ayirmali sxemalari konservativ (yoki divergent) deb nomlanadi[2]. Konservativ sxemalar uchun butun tarmoq mintaqasi uchun saqlanish qonunlari ayirmali sxema tenglamalarining algebraik natijasi bo‘lishi kerak.

Konservativ ayirmali sxemalarini olish uchun panjara mintaqasining elementar hajmlari (katakchalari) uchun yozilgan balans tenglamalariga asoslanish tabiiydir. Ushbu balans tenglamalariga kiritilgan integrallar va hosilalar taxminiy farq ifodalari bilan almashtirilishi kerak. Natijada, biz bir xil ayirmali sxemasini olamiz. Konservativ bir xil ayirmali sxemalarini olishning bu usuli **integrol-interpolasiya usuli (muvozanat usuli)** deb nomlanadi[1].

Ushbu integrol-interpolasiya usulini bir xil oraliqda $0 \leq x \leq 1$ statsionar harorat taqsimotini tavsiflovchi (1.1) tenglama misolida tasvirlab beramiz.

$x_{i-1/2} \leq x \leq x_{i+1/2}$ segmentidagi issiqlik balansi tenglamasi:

$$\omega_{i-\frac{1}{2}} - \omega_{i+\frac{1}{2}} + \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} f(x)dx = \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x)u(x)dx,\ \omega = -ku', (1.1)$$

bu yerda ω(x) - issiqlik oqimi, q(x)u(x) - issiqlik plyonkalarining kuchi (manbalarda q<0) haroratga mutanosib, f(x) - tashqi manbalarning tarqalish zichligi[2].

Issiqlik qabul qiluvchisi tayoqning lateral yuzasida yuzaga keladigan tashqi muhit bilan issiqlik almashinuvi tufayli yuzaga keladi. $\omega_{i-1/2}$ qiymati, x=$x_{i-1/2}$. $x_{i-1/2} \le x \le x_{i+1/2}$, $\omega_{i+1/2}$ - bo‘limi bu x=$x_{i+1/2}$ kesimi orqali oqadigan issiqlik miqdorini beradi. (11) chap tomonidagi uchinchi had, f (x) zichlik bilan taqsimlangan issiqlik manbalari hisobiga $[x_{i-1/2} \le x \le x_{i+1/2}]$ segmentida chiqarilgan issiqlik miqdorini beradi. (2.11) ning o‘ng tomonidagi integral - bu lateral yuzada issiqlik uzatilishi tufayli tashqi muhitga berilgan issiqlik miqdori.

(11) dan tenglama tenglamasini olish uchun biz ω va integralni o‘z ichiga olgan va qiymatlarning chiziqli birikmalariga va panjara tugunlariga almashtiramiz. Buning uchun biz x_i tuguni yaqinida interpolatsiyalardan foydalanamiz. Eng oddiy interpolatsiyani olaylik

u=const=u_i da $x_{i-1/2} \le x \le x_{i+1/2}$

$$\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x)u(x)dx \approx h\ d_i u_i, \quad d_i = \frac{1}{h}\int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x)dx, \qquad (1.2)$$

bu yerda d_i , h uzunlikdagi $x_{i-1/2} \le x \le x_{i+\frac{1}{2}}$ segmentidagi q (x) ning o‘rtacha qiymati. $x_{i-1} \le x \le x_i$ segmentida u '= - ω/k tenglikni birlashtiramiz:

$$u_{i-1} - u_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{\omega(x)}{k(x)} dx.$$

$x_{i-1} \le x \le x_i$ segmentida $\omega(x)$= $\overline{\omega}_{i-1/2} = const$ deb faraz qilsak,bizda quyidagi hosil bo‘ladi.

$$u_{i-1} - u_i \approx \overline{\omega}_{i-1/2} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{k(x)}.$$

Bu yerdan $\overline{\omega}_{i-1/2}$ ning taxminiy qiymatini topmiz.

$$\overline{\omega}_{i-\frac{1}{2}} = -a_i \frac{u_i - u_{i-1}}{h} = -a_i u_{\bar{x},i},$$

$$a_i = \left(1/h \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{k(x)}\right)^{-1} \quad (1.1.3)$$

$\int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{k(x)} -$ bu $[\ x_{i-1}, x_i]$ segmentining issiqlik qarshiligidir.

(1.3) va (1.1.3) ni yetkazib, kerakli funksiyani y_i bilan belgilasak, biz quyidagi φ_i ning konservativ ayirmali sistemasini olamiz:

$$\frac{1}{h}\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_i \frac{y_i - y_{i-1}}{h}\right) - d_i y_i = -\varphi_i \qquad (1.3)$$

bu yerda

$$a_i = a_i = \left[\frac{1}{h}\int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{k(x)}\ \right]^{-1} = \left[\int_{-1}^{0} \frac{ds}{k(x_i + sh)}\ \right]^{-1}, \qquad (1.4)$$

$d_i = d_i = \int_{-0.5}^{0.5} q(x_i + sh)ds,$ (1.5)

$\varphi_i = \varphi_i = \int_{-0.5}^{0.5} f(x_i + sh)ds.$

Ayirmali tenglamsi (1.4) da x= x_i sobit tugunda yoziladi. x_i tugunni ixtiyoriy deb qabul qilib, biz tarmoqning barcha ichki tugunlarida tenglama (1.4) olamiz. Koeffisientlar a_i, d_i, φ_i bo'lgani uchun barcha tugunlarda x_i, i=1,2,..,N-1, bir xil formulalar (1.5) bilan aniqlanganligi sababli (1.4) — (1.5) sxema birjinsli konservativ sxema hisoblanadi. Shuning uchun (1.4) va (1.5) da indeksi tushishi mumkin va (1.4) o'rniga quyidagi yozilishi mumkin:

$$(\mathrm{a}y_{\bar{x}})_x - dy = -\varphi.$$

Umumiy holda, oqim formulasida a_i koeffitsienti $[x_{i-1}, x_i]$ oralig'idagi k(x) qiymatlarining bir necha funksioanalidir.

Biz har qanday (har qanday $\mathrm{a}, \mathrm{d}, \varphi$ bilan) shaklning konservativ sxemasi uchun butun ω_i ("integral" saqlanish qonuni) butun mintaqadagi saqlanish qonuni (1.4) tenglamaning algebraik natijasi ekanligini ta'kidlashimiz mumkin.

Darhaqiqat, $\bar{\omega}_{1/2} = -a_i(y_i - y_{i-1})/h$ da issiqlik oqimi farqi ifodasini x=x_{i-1} bilan belgilab, (1.4) ni quyidagi shakl

$\bar{\omega}_{1/2} - \bar{\omega}_{N-1/2} + h\varphi_i = \mathrm{h}d_i y_i$

tengligini yozamiz. i = 1, 2, ..., N – 1 ga xulosa qilib, biz issiqlik tejash qonunini quyidagicha olamiz :

$\bar{\omega}_{1/2} - \bar{\omega}_{N-1/2} + \sum_{i=1}^{N-1} h\,\varphi_i = \sum_{i=1}^{N-1} h\,d_i y_i$.

Bu (1.1) tenglama uchun integral saqlanish qonunining farqli yaqinlashishidir.

Bu usulning ilmiy va amaliy muammo yechishdagi uyg'unliklariga ko'ra, u differentsial tenglamalarni yechishda yordam berishi mumkin, ammo unda amaliy hisoblash uchun murakkab va doimiy bo'lgan integral operatsiyalari va tarkibiy birikmalar ishlatilishi mumkin.

Integro-integratsiyalash usuli, asosan differensial tenglamalar bo'yicha yechimni topish uchun foydalaniladi. Misol uchun, f(x) funksiyasi bo'yicha differentsial tenglamani yechish uchun, boshlang'ich qiymatlarni topish va uning integrallarini olish, keyin qayta o'zgaruvchan integro-integratsiyalash metodi orqali qaytadan integro-integratsiyalash qilish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. -М., Наука, 1989.
2. Nuraliyeva, . F. A. qizi. (2023). MOTION OF STATIONARY NON-LINEAR WAVES. *Confrencea*, *5*(05), 250–253
3. Abdumo‘minov , B. S. o‘g‘li, & Nuraliyeva , F. A. qizi. (2023). DASTURLASH TILLARI VA ULARNI O‘RGANISHNING O‘ZIGA XOS JIHATLARI. *SCHOLAR*, *1*(28), 309–314.
4. Nuraliyeva , F. A. qizi, & Karimova , M. X. qizi. (2024). SUN'IY INTELLEKTNING KOMPYUTER GRAFIKASIGA BOG‘LANISH BOSQICHLARI. *Educational Research in Universal Sciences*, *3*(1), 65–68.
5. Nuraliyeva , F. A. qizi, & Karimova , M. X. qizi. (2024). YUQORI CHASTOTALI SOHADAGI DISPERSIYALI MUHITDA TO‘LQINLAR HARAKATI. *Educational Research in Universal Sciences*, *3*(3 SPECIAL), 241–245.
6. Нармурадов Ч.Б. Об одном эффективном методе решения уравнения Орра – Зоммерфельда // Математическое моделирование. – Москва, 2005. - №9(17). – с.35 – 42.