DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.12670833

MAPLE DASTURIDA SHARTLI EKSTREMUM MASALALARINI HISOBLASH

Mustafoyeva Feruza Muhammadqul qizi
Renessans ta'lim universiteti "Matematika va axborot texnologiyalari" kafedrasi o'qituvchisi

ANNOTATSIYA

Maqola shartli ekstremum masalalarini yechishga qaratilgan bo'lib,unda ko'rilgan masalalar Lagranj ko'paytuvchilari usuli bilan Maple dasturi yordamida yechilgan.Maple dasturi yordamida geometik tatbiqi keltirilgan.

Kalit so'zlar. *Funksiya, funksiya maksimumi, minimumi, Lagranj ko'paytuvchilari usuli, Maple dasturi.*

KIRISH. Ushbu maqola Maple dasturi yordamida shartli ekstremum masalalarini hisoblashga qaratilgan.Ma'lumki,funksiya ekstremumlarini topish uchun,funksiya uzluksizligi,funksiyaning hosila va differensialini o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi.Shartli ekstremum masalasi Lagranj ko'paytuvchilari usulida o'rganilib,Maple dasturida masalaning yechimi topilgan

ASOSIY QISM. Endi shartli ekstremum masalalarini yechishda Lagranj ko'paytuvchilari usulini qo'llab,Maple dasturiga tatbiqlarini ko'rib chiqamiz.

Aytaylik, $u = f(x, y)$ funksiyaning $F(x, y) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi ekstremumini topish talab qilinsin.

Bunday ekstremumga shartli ekstremum deyiladi. Agar $F(x, y) = 0$ tenglamadan $y = \varphi(x)$funksiyani topish mumkin bo'lsa, u holda shartli ekstremumni topish masalasi

$$U = F[x, \varphi(x)] = \Phi(x)$$

funksiyaning oddiy ekstremumini topish masalasiga keladi. Lekin har doim ham $y = \varphi(x)$ funksiyani topish imkoni yo‘q. Shuning uchun $F(x, y) = 0$ tenglamani yechmay turib shartli ekstremumni topishni o‘rganamiz. Bunda Lagranj usuli yaxshi natijaga olib keladi.

Ushbu

$$\Phi(x, y) = f(x, y) + \lambda F(x, y)$$

Lagranj funksiyasini olamiz. λ hozircha noma’lum o‘zgarmas ko‘paytuvchi. $\Phi(x, y)$ funksiyaning oddiy ekstremumi $f(x, y)$funksiyaning

$F(x, y) = 0$ tenglamani qanoatlantiruvchi shartli ekstremumi bilan ustma-ust tushadi. $\Phi(x, y)$ funksiyaning statsionar nuqtasi va noma’lum koeffitsient λ quyidagi

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \\ F(x, y) = 0 \end{cases}$$

shartlardan topiladi.Faraz qilaylik, $M_0\,(x_0\,, y_0)$ nuqta $\Phi(x, y)$ funksiyaning statsionar nuqtasi bo‘lsin. Agar

$$d^2\Phi\,|_{M_0} > 0$$

bo‘lsa **min** va

$$d^2\Phi\,|_{M_0} < 0$$

bo‘lsa **max** bo‘ladi. Bu yerda

$$d^2\Phi = \left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}} dx + \frac{\partial}{\partial y} dy\right)^2 \Phi$$

O‘zgaruvchilari soni ko‘p bo‘lgan funksiyalar qaralganda shartli ekstremum shu kabi aniqlanadi va Lagranj funksiyasi yordamida topiladi.

```
> with(Student[MultivariateCalculus]) :
> f(x, y) := 6 - 5·x - 4·y; x^2 - y^2 - 9 = 0
```

$f := (x, y) \rightarrow 6 - 5\,x - 4\,y$

$$x^2 - y^2 - 9 = 0$$

$> Jacobian([x^2 - y^2 - 9], [x, y])$

$[\,2x \;\; -2y\,]$

$> L(x, y, t) := 6 - 5 \cdot x - 4 \cdot y + t \cdot (x^2 - y^2 - 9)$

$> \frac{\partial}{\partial x} L(x, y, t)$

$2tx - 5$

$> \frac{\partial}{\partial y} L(x, y, t)$

$-2ty - 4$

$> solve(\{2tx - 5 = 0, -2ty - 4 = 0, x^2 - y^2 - 9 = 0\}, \{x, y, t\})$

$\left\{t = \frac{1}{2}, x = 5, y = -4\right\}, \left\{t = -\frac{1}{2}, x = -5, y = 4\right\}$

$> Jacobian([x^2 - y^2 - 9], [x, y] = [5, -4])$

$[\,10 \;\; 8\,]$

$> Jacobian([x^2 - y^2 - 9], [x, y] = [-5, 4])$

$[\,-10 \;\; -8\,]$

$> \frac{\partial^2}{\partial x^2} L(x, y, t)$

$2t$

$> \frac{\partial^2}{\partial y^2} L(x, y, t)$

$-2t$

$> \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} L(x, y, t)$

0

$> d^2L = 2t(dx^2 - dy^2)$

$d^2 L = 2t(dx^2 - dy^2)$

$> xdx - ydy = 0$

$xdx - ydy = 0$

$> 5dx + 4dy = 0$

$5dx + 4dy = 0$

> $solve(\{5\cdot dx + 4\cdot dy = 0\}, \{dy\})$

$$\left\{dy = -\frac{5}{4}\,dx\right\}$$

> $A(5,-4),\qquad d^2L = \frac{2\cdot 1}{2}\left(-\frac{9}{16}dx^2\right)$

$$A(5,\,-4),\ d^2\,L = -\frac{9}{16}\,dx^2$$

> $B(-5,4),\qquad d^2L = \frac{2\cdot 1}{2}\left(\frac{9}{16}dx^2\right)$

$$B(-5,\,4),\ d^2\,L = \frac{9}{16}\,dx^2$$

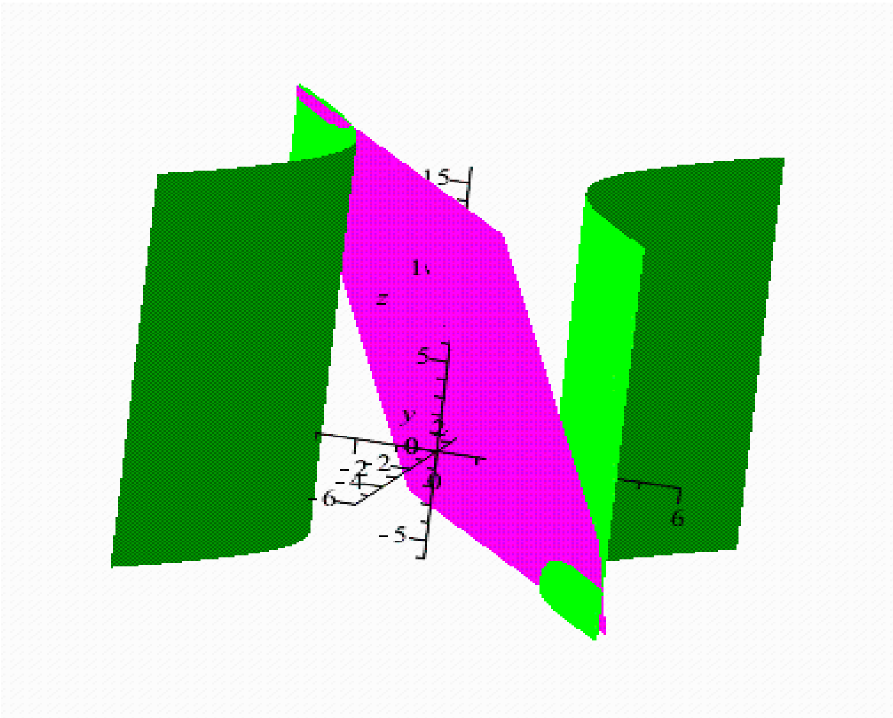
> $f(5,-4)$

$$-3$$

> $f(-5,4)$

$$15$$

> $implicitplot3d\big([z = 6 - 5\cdot x - 4\cdot y,\ x^2 - y^2 - 9 = 0],\ x = -6..6,\ y = -6..6,\ z = -6..16,\ grid = [25, 25, 25],\ color = [magenta, green]\big)$



XULOSA. Maqolada funksiyalarning ekstremal qiymatlarini biror qo‘shimcha shartlar bajarilganda topish masalasi o‘rganilgan.Bunday masalalar matematika tatbiqida ko‘p uchraydi.Bunda,odatda,qo‘shimcha shartlar o‘zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlarini cheklash shaklida berilgan.Shartli ekstremum masalasini yechish uchun Lagranj ko‘paytuvchilari usulidan foydalanilib masala Maple dasturida yechilgan hamda,uning geometrik talqini keltirilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Xudayberganov G.,Vorisov A.,Mansurov X.,Shoimqulov B.Matematik analizdan ma’ruzalar.I.q., “Voris” nashriyoti,T.,2010,376-bet.

2. Ё.У.Соатов Олий математика “Узбекистон” нашриёти Т.,1996,640-бет.

3. Alimov Sh., Ashurov R.Matematik analiz 1-2 qism., “Mumtoz so‘z” nashriyoti,T.,2018,448