DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.12670969

YAQINLASHUVCHI KETMA-KETLIKLAR GIPERFAZOSI

Sh.R.Turdiyev
Renessans ta'lim universiteti
shodmon_turdiyev@mail.ru

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada giperfazolarning topologik xossalari, jumladan

- yaqinlashuvchi ketma-ketliklar $S_c(X)$ giperfazosining π-xarakteri kardinal funksiyasini;

- yaqinlashuvchi ketma-ketliklar $S_c(X)$ giperfazosining to'r salmoq kardinal funksiyasini topish. yoritilgan bo'lib, giperfazolarning topologik kardinal funksiyalari ko'rib chiqilgan:

Kalit so'zlar: *baza, giperfazolar, π-xarakter, kardinal sonlar, to'r salmoq kardinal funksiyalar.*

KIRISH

Topologik fazo va yaqinlashuvchi ketma-ketliklar giperfazosini kardina xossalarini o'rganish topologik fazolar giperfazosining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi. X topologik fazo birortaham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo'lmasin. X topologik fazoninig ixtiyoriy $x \in X$ nuqtasi uchun $S_c(X,x)$ bilan $\{S \in S_c(X) : lim\, S = x\}$ shartni qanoatlantiruvchi to'plamni belgilaymiz.

X topologik T_1 – fazo berilgan bo'lsin. $\exp X$ bilan X topologik fazodagi barcha bo'sh bo'lmagan yopiq yo'plamlar ostilar to'plamini belgilaymiz.

$$O < U_1, U_2, ..., U_n >= \{F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i, F \cap U_i \neq \varnothing, i = 1, 2, ...n\}$$

Quyidagi barcha to‘plamlar oilasi $\exp X$ to‘plamda baza bo‘ladi.

Bunda $U_1, U_2, ..., U_n$ lar X dagi bo‘sh bo‘lmagan ochiq to‘plamlar ketma-ketligi. Bu topologiya Vietoris topologiyasi deyiladi. $\exp X$ to‘plam Vietoris topologiyasi bilan eksponensial fazo yoki giperfazo deyiladi. Barcha bo‘sh bo‘lmagan yopiq to‘plamlar quvvati n sondan oshmaydigan X fazodagi qism to‘plamlarni $\exp_n X$ orqali belgilaymiz, ya’ni:

$\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \le n\}$,

$\exp_\omega X = \cup\{\exp_n X : n = 1, 2...\}$

$\exp_c X = \{F \in \exp X : F - X$ dagi kompakt qism to‘plam$\}$.

Ravshanki, ixtiyoriy topologik fazo uchun quyidagi munosabat o‘rinli:

$\exp_n X \subset \exp_\omega X \subset \exp_c X \subset \exp X$

Ta’rif 1. (X, τ) topologik fazoga tegishli barcha nuqtalar xarakterlarning aniq yuqori chegarasiga shu topologik fazoning xarakteri deb ataladi va bu kardinal son $\chi(x,(X,\tau))$ ko‘rinishida belgilanadi, ya’ni

$\chi(X,\tau)$=sup{ $\chi(x,(X,\tau))$: $x \in X$ }.

Agar (X,τ) topologik fazoning xarakteri sanoqli $\chi(X,\tau) \le \aleph_0$ bo‘lsa, u holda (X,τ) fazoga sanoqlilikninig birinchi aksiomasini qanoatlantiradigan topologik fazolar deyiladi.Buning ma’nosi (X,τ) topologik fazo har bir nuqtada sanoqli bazaga ega ekanligini bildiradi. Agar (X,τ) topologik fazoning salmog‘i sanoqli bo‘lsa $w(X,\tau) \le \aleph_0$, u holda bunday (X,τ) topologik fazolarga sanoqlilikning ikkinchi aksiomasini qanoatlantiruvchi topologik fazo deyiladi.

Buning ma’nosi (X,τ) topologik fazoning sanoqli bazaga ega ekanligini bildiradi.

Ta’rif 2. Ochiq to‘plamlardan tuzilgan γ oila $x \in X$ nuqtada π-to‘r bo‘ladi deyiladi, agar x nuqtaning ixtiyoriy U atrofi uchun bo‘sh bo‘lmagan $B \in \gamma$ element topilib, $B \subset U$ shart bajarilsa.

Agar π -to‘rning barcha elementlari ochiq to‘plamlardan iborat bo‘lsa, u holda γ oilaga x nuqtada π -baza deyiladi.

x nuqtadagi π - bazalarning eng kichgiga π -xarakter deyiladi, ya’ni $\pi(\chi, x) = \min\{|B(x)|: x \in X\}$, bunda $B(x)$ esa x nuqtadagi π -baza.

Ta’rif 3. X topologik fazoning π -xarakteri quyidagi aniqlanadi:

$\pi\chi(X) = \sup\{\pi\chi(x, X) : x \in X\}$.

Ta’rif 4. X topologik fazo birorta ham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo‘masin. X topologik fazoninig ixtiyoriy $x \in X$ nuqtasi uchun $S_c(X, x)$ bilan $\{S \in S_c(X) : lim\, S = x\}$ shartni qanoatlantiruvchi to‘plamni belgilaymiz. Quyidagi to‘plamni $L_X = \{x \in X : S_c(X, x) \neq \varnothing\}$ belgilaymiz. Bu to‘plam uchun quyidagi munosabat o‘rinli:

$S_c(X, x) \subset exp_c\, X \subset exp\, X$.

TADQIQOTNING ILMIY YANGILIGI.

X topologic fazo birorta ham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo‘masin. X topologic fazoninig ixtiyoriy $x \in X$ nuqtasi uchun $S_c(X, x)$ bilan $\{S \in S_c(X) : lim\, S = x\}$ shartni qanoatlantiruvchi to‘lamni belgilaymiz. Bu to‘lam uchun quyidagi munosabat o‘rinli:

$S_c(X, x) \subset exp_c\, X \subset exp\, X$.

Braziyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar “Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450” maqolasida quyidagi teoremani isbot qilishdilar:

1-теорема. X topologik fazo uchun $S_c(X) \neq \varnothing$ shart o‘rinli bo‘sin. U holda quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$\pi\chi(X) \leq \pi\chi(S_c(X, x))$.

Yoqoridagi matematiklar o‘zlarining ishlarida tehgsizlikning ikkinchi tomoni isbotlashga savol qo‘ygan.

Magistrlik dissertasiya ishida quyidagi teorema isbotlandi:

2-теорема. X topolologik fazo sanoqli bazaga ega va $S_c(X) \neq \varnothing$ bo‘lsin. U holda $\pi\chi(X) = \pi\chi(S_c(X,x)) = \aleph_0$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Braziyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar “Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450” ishida quyidagi teoremani isbot qilishdilar:

3-теорема. X topologic fazo uchun $S_c(X) \neq \varnothing$ shart o‘rinli bo‘lsin. U holda quyidagi tehgsizlik o‘rinli bo‘ladi:

$$nw(X) \leq nw(S_c(X,x)).$$

Yoqoridagi matematiklar o‘larining ishlarida tehgsizlikning ikkinchi tomoni isbotlashga savol qo‘yilgan.

Magistrlik ishida quyidagi teorema isbotlandi:

4-теорема. X topolologik fazo sanoqli bazaga ega bo‘lsin va $S_c(X) \neq \varnothing$. U holda $nw(R^n) = nw(S_c(R^n, x)) = \aleph_0$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

TADQIQOT MAVZUSI BO‘YICHA ADABIYOTLAR SHARHI.

Tadqiqot ishida **“**Umumiy topologiya” fani bo‘yicha asosiy adabiyotlar: David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar “Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450”, Энгелькинг Р. “Общая топология”, Федорчук В.В., Филиппов В.В. “Общая топология. Основные конструкции”, Архангельский А.В. “Основы общей топологии в задачах и упражнениях”, Федорчук В.В., Филиппов В.В. “Топология гиперпространств и ее приложения” kabi o‘quv adabiyoti va darsliklar, bundan tashqari quyidagi: Beshimov R.B. “On some cardinal invariants of hyperspaces”, Beshimov R.B., Mukhamadiev F.G., Mamadaliev N.K. “On density and locality density of the hyperspaces”, Beshimov R.B., Mukhamadiev F.G., Mamadaliev N.K. “Some properties of topological spaces related to the local density and the local weak density”, Beshimov R.B., Mukhamadiev F.G. “The local density of hyperspaces” mavzusidagi tezis va maqolalar tadqiqot ishini yozish davomida o‘rganish uchun manba bo‘lib xizmat qildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. David Maya-Patricia Pellecer-Covarrubias-Roberto Pichardo-Mendoza, Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450.

2. Энгелькинг Р. Общая топология. Москва: Мир, 1986. – 752 с. 12. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. Москва, 2014 г.

3. Александров П.С. Мемуар о компактных топологических пространствах М.: Наука.- 1971.- 144 с

4. Архангельский А.В. Основы общей топологии в задачах и упражнениях / А.В. Архангельский, В.И. Пономарев.— М.: Наука.— 1974.— 423 с.